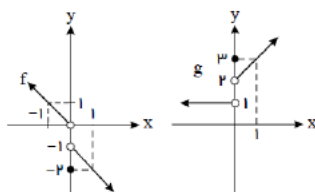


سوالات تستی حسابان یازدهم ریاضی فصل پنجم - سری پرش

درس اول: مفهوم حد و فرآیندهای حدی

۱- نمودار f و g به صورت مقابل رسم شده‌اند. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x))$ کدام است؟



۱) ۱

۲) وجود ندارد.

۳) صفر

۲- اگر بازه $(1 - \epsilon x, 2 - x)$ یک همسایگی برای $1/4$ و $1/8$ باشد،

محدوده x کدام است؟

۱) $(-0.2, 0.6)$

۲) $(-0.2, 0.1)$

۳) $(-0.1, 0.2)$

۴) $(-0.2, 0.1)$

۳- اگر بازه $(x - 1, 2x + 3)$ یک همسایگی 2 باشد، حدود x کدام است؟

۱) $-3 < x < \frac{1}{2}$

۲) $1 < x < 3$

۳) $\frac{1}{2} < x < 3$

۴- اگر بازه باز $(2x - 5, y + 1)$ یک همسایگی چپ نقطه 3 باشد، آنگاه کمترین مقدار m برای

آنکه برای تمامی مقادیر ممکن x و y داشته باشیم $x + y = m$ کدام است؟

۱) $6/5$

۲) 6

۳) 5

۵- اگر $(2a, 7) \cup (5, 3a - 2b)$ یک همسایگی محذوف نقطه 6 باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) 1

۲) 2

۳) 3

۶- دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(x+b)\sqrt{a-x}}$ به صورت یک همسایگی محذوف 1 است و شامل همسایگی

چپ عدد 2 می‌باشد. اگر این دامنه هیچ همسایگی راست عدد 2 را نداشته باشد، $a + b$ کدام

است؟ ($a > 0$)

۱) 1

۲) 2

۳) 3

۷- اگر بازه $(x - 3, 4x + 7)$ یک همسایگی از 15 باشد، چند عدد صحیح می‌تواند باشد؟

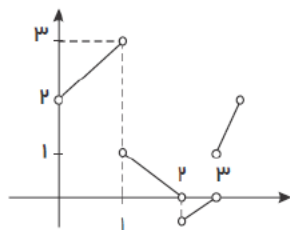
۱) 14

۲) 15

۳) 16

۴) 17

درس دوم: حدهای یک طرفه (حد چپ و حد راست)

۸- اگر $f(x)$ به شکل زیر باشد $\lim_{x \rightarrow 1^+} [f^{-1}(x)]$ کدام است؟

۳ (۷)

۱ (۱)

-۳ (۴)

-۱ (۳)

۹- اگر $f(x) = (x-2)^2 + 1$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ به ترتیب از راست

به چپ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۷) وجود ندارد، وجود ندارد.

(۱) وجود ندارد.

(۴) صفر، ۱

(۳) ۲، ۱

۱۰- با فرض $f(x) = -x^2 + 4x$ ، حاصل عبارت‌های $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ به ترتیب

از راست به چپ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۴) ۴ و ۴

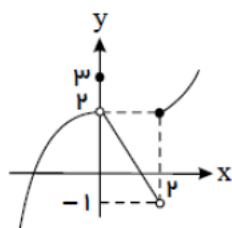
(۳) ۴ و ۳

(۷) ۳ و ۳

(۱) ۳ و ۴

۱۱- شکل روبه‌رو نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \times f(0)$ کدام

است؟

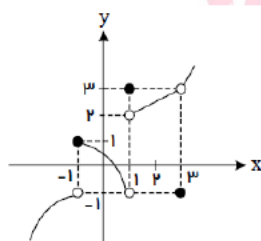


۵ (۷)

۶ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۱۲- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x-1)$ است. حاصل عبارت $A = -(\lim_{x \rightarrow -1} f(x)) +$ $(\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)) - f(2)$ کدام است؟

۱ (۱)

۳ (۷)

-۱ (۳)

۲ (۴)

درس سوم: قضایای حد

۱۳- اگر توابع f و g در $x = 2$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow 2} (f + g)(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} (2f - g)(x) = 5$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -2

۱۴- تابع $f(x)$ در $\mathbb{R}$ حد دارد. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x) + x}{2f^2(x) - 8x^2} = 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \left| f(x) - \frac{3}{4} \right|$ کدام است؟

- ① $\frac{9}{4}$ ② 2 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

۱۵- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + x - a & x \geq 2 \\ ax + 1 & x < 2 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ باشد، $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ کدام است؟

- ① -1 ② 2 ③ -21 ④ 10

۱۶- اگر تابع $f(x)$ در $x = a$ حد داشته باشد، کدام تابع ممکن است در این نقطه حد نداشته باشد؟ $[]$ ، $[)$ ، $(]$ ، $()$ (نماد جزء صحیح است).

① $y = f^3(x) - 1$ ② $y = |f(x)|$

③ $y = [f(x)]$ ④ $y = \frac{x}{f^2(x) + 1}$

۱۷- اگر دو تابع f و g در $x = 1$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow 1} (f \cdot g)(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

- ① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3

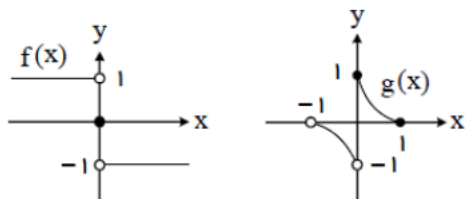
۱۸- اگر تابع f در $x = a$ حد نداشته باشد و تابع g در این نقطه حد ندارد؟

① $f \cdot g$ ② $f^2 g$ ③ $\frac{g}{f}$ ④ $\frac{f}{g}$

۱۹- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 - b & x > 2 \\ 3bx + a - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ ، آن گاه مقدار $a + b$ کدام است؟

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

۲۰- نمودار توابع f و g در زیر مفروض اند. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 3g(x)}{1+x} + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (3f - g)$ کدام است؟



۱) ۵

۱) صفر

۲) ۶

۲) ۷

۲۱- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2-a[-x^2]}{x+2} & , x < 1 \\ \frac{1}{2}[2x] + 1 & , x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد دارد؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) صفر

۲۲- حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos x} \right]$ و $\lim_{x \rightarrow 0} [3 \sin x]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱) ۳ و صفر

۲) ۲ و صفر

۳) هیچ کدام حد ندارد.

۴) ۳ و حد ندارد.

۲۳- اگر $f(x) = [x]^2 + \frac{k}{2}[x]$ بوده و تابع در $x = 4$ حد داشته باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱) ۷

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۷

۲۴- در تابع $f(x) = -[3x] + [-x]$ مجموع حد چپ و حد راست تابع در نقطه‌ی $x = -3$ کدام است؟

۱) ۲۲

۲) ۲۳

۳) ۲۴

۴) ۲۵

۲۵- تابع $f(x) = x([x] - 1)$ با دامنه $(-1, 2)$ مفروض است. این تابع چند نقطه از دامنه‌اش حد ندارد؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

۲۶- اگر $f(x) = (x-2)^2 + 1$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$ و $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

① ۱، وجود ندارد. ② وجود ندارد، وجود ندارد.

③ ۱، ۲ ④ صفر، ۱

۲۷- تابع $f(x) = [x] - x$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

① صفر ② ۱ ③ -۱ ④ وجود ندارد.

۲۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\left[-\frac{x}{3} \right] + \left[\frac{x}{2} \right] \right)$ کدام است؟

① -۴ ② صفر ③ -۳ ④ -۲

۲۹- حاصل ضرب حد چپ و حد راست تابع $f(x)$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{[x] - [-x]} & ; x > 0 \\ \frac{[x] + [-x]}{x+1} & ; x < 0 \end{cases}$$

① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ صفر

۳۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|2x| + [2x]}{x([x] + [-x])}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

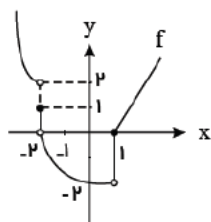
① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

۳۱- تابع $f(x) = (a+1)[3x] + (2a-4)\left[-\frac{x}{2}\right]$ در $x = 2$ حد دارد. مقدار $a^2 - 5a$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

① -۴ ② ۶ ③ -۶ ④ صفر

۳۲- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر باشد، آن گاه به ازای کدام مقدار m ، تابع $g(x) =$

$\frac{3-2f(x)}{[2x]+mf(x)}$ وقتی $x \rightarrow -2$ حد دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



② $\frac{19}{6}$

① $\frac{8}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

③ $\frac{8}{3}$

۳۳- اگر $f(x) = [-3x^2 - 12x + 5m]$ باشد، به ازای کدام مقدار صحیح m ، حد تابع f در $x = -2$ برابر با ۶ می باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ① ۲- ② ۱- ③ صفر ④ ۱

درس چهارم: محاسبه حد توابع کسری (حالت صفر صفر)

۳۴- حاصل $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x + 2^{a-x} - 6}{2^x - x + 2^x - 5}$ در صورت وجود کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$

۳۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-2}}{x^2 - 3x + 2}$ کدام است؟

- ① ۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ ۲ ④ $\frac{1}{4}$

۳۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)}$ کدام است؟

- ① ۶ ② ۶- ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{6}$

۳۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - x + 1}{9 - x^2}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{24}$ ④ $-\frac{1}{24}$

۳۸- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{4x+12} + [x]}{|x^3+1|}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{3}$

۳۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+1}}{3 - \sqrt{7+\sqrt{x+1}}}$ کدام است؟

- ① ۸ ② ۱۲- ③ ۱۵ ④ ۲۰-

۴۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^2-1|}{x + \sqrt{x+2}}$ کدام است؟

- ① ۰ ② $\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ ۱

۴۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 5\sqrt{x+3}}{x^2 - x}$ کدام است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$

۴۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{ax+b}{\sqrt{x+3}-3} = 18$ باشد، آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟

- ① ۱۳- ② ۱۲- ③ ۱۶- ④ ۱۵-

۴۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{6-5x}}{x^3 - 4x}$ کدام است؟

- ① $\frac{12}{17}$ ② $\frac{52}{17}$ ③ $\frac{11}{64}$ ④ $\frac{13}{64}$

۴۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{|\cos \pi x|}{1 - \sqrt{2x}}$ کدام است؟

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π

۴۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{(\pi - 2x)^2}$ کدام است؟

- ① ۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ ۲

۴۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\sin x + \sin 3x}$ برابر کدام است؟

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$

۴۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{x\pi}{2}}{1 - \sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① π ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $-\pi$ ④ $-\frac{\pi}{2}$

۴۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$ همواره کدام است؟

- ① $\sin a$ ② $-\sin a$ ③ $\cos a$ ④ $-\cos a$

درس پنجم: پیوستگی

۴۹- اگر تابع $f(x)$ در $x = x_0$ پیوسته باشد در $x = x_0$:

① تابع $[f(x)]$ قطعاً پیوسته ولی تابع $|f(x)|$ ممکن است ناپیوسته باشد.

② توابع $|f(x)|$ و $[f(x)]$ قطعاً پیوسته هستند.

③ تابع $|f(x)|$ قطعاً پیوسته است ولی تابع $[f(x)]$ ممکن است ناپیوسته باشد.

④ توابع $|f(x)|$ و $[f(x)]$ ممکن است ناپیوسته باشند.

۵۰- تابع $f(x) = \begin{cases} 3 & x^2 \neq |x| \\ 2 - x & x^2 = |x| \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- ① یک ② دو ③ سه ④ هیچ

۵۱- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2-[x]}{3x} \cdot \sin x & x < 0 \\ k-1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار k کدام است؟
 ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) صفر

۵۲- تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x$ ، در نقاط $x \in \mathbb{Z}$ از نظر پیوستگی، چگونه است؟
 ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱) فقط در اعداد زوج پیوسته ۲) فقط در اعداد فرد پیوسته

- ۳) همواره ناپیوسته ۴) همواره پیوسته

۵۳- اگر در ریشه‌ای از معادله $5x^2 - ax + b = 0$ حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $\left[\frac{b-2a}{3}\right]$ کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۵۴- وضعیت پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} & ; x \neq 1 \\ -5 & ; x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۱) فقط از راست پیوسته ۲) فقط از چپ پیوسته

- ۳) پیوسته ۴) نه از راست پیوسته و نه از چپ پیوسته

۵۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sin^2 x}{x} & x > 0 \\ \frac{1 - \cos x}{x} & x < 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ مفروض است، تابع f در نقطه $x = 0$:

- ۱) فقط پیوستگی چپ دارد. ۲) فقط پیوستگی راست دارد.

- ۳) پیوسته است. ۴) نه پیوستگی چپ و نه پیوستگی راست دارد.

۵۶- تابع $f(x) = [x^2]$ در نقطه $x = -3$:

- ۱) پیوسته است. ۲) فقط پیوستگی چپ دارد.

- ۳) فقط پیوستگی راست دارد. ۴) نه پیوستگی چپ و نه پیوستگی راست دارد.

۵۷- تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \pi x$ ، در نقاط $x \in \mathbb{Z}$ از نظر پیوستگی چگونه است؟ $[]$ ،
نماد جزء صحیح است.)

① همواره پیوسته ② فقط در اعداد فرد پیوسته

③ فقط در اعداد زوج پیوسته ④ از چپ پیوسته، از راست پیوسته

۵۸- به ازای کدام مقدار صحیح a تابع $y = [x^2 + ax]$ در $x = 1$ پیوسته است؟

① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

۵۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^4 - x^2 & x \notin \mathbb{Z} \\ 4x^2 - 4 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ در چند نقطه به طول صحیح پیوسته است؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۶۰- اگر $f + g$ و $f - g$ هر دو در نقطه x پیوسته باشند، آنگاه کدام بیان درست است.

① الزاماً تابع $f \circ g$ در x پیوسته است. ② f, g ممکن است در x پیوسته نباشد.

③ f یا g ممکن است در x پیوسته نباشند. ④ الزاماً f و g هر دو در x پیوسته اند.

۶۱- اگر $f(x) = [x]$ ، تابع $g(x)$ کدام باشد تا هم تابع $f \times g$ و هم تابع $f \circ g$ در نقطه $x = 0$

پیوسته باشند؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

① $[x]$ ② $[x]^2$ ③ x^2 ④ x

۶۲- اگر توابع fg و $\frac{f}{g}$ در $x = a$ پیوسته باشند، آنگاه کدام تابع الزاماً در $x = a$ پیوسته است؟

① f ② g ③ f^2 ④ g^2

۶۳- در مورد تابع $f(x) = [x^2 + 3x]$ در نقطه $x = -2$ کدام گزینه صحیح است؟

① پیوسته است. ② فقط پیوستگی چپ دارد.

③ فقط پیوستگی راست دارد. ④ نه پیوستگی چپ و نه پیوستگی راست دارد.

۶۴- اگر توابع f و g در یک همسایگی a تعریف شده و مخالف صفر باشند، به طوری که در $x = a$

تابع f پیوسته و تابع g ناپیوسته باشد، آنگاه کدام تابع در $x = a$ ناپیوسته است؟

① $f^2 + g^2$ ② $f - |g|$

③ $f + [g]$ ④ $\frac{g-f}{f}$

۶۵- تابع با ضابطه‌ی زیر در $x = \frac{1}{3}$ پیوسته است. مقدار $9c + 1$ کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{3x - 1} & x > \frac{1}{3} \\ b & x = \frac{1}{3} \\ \left[\frac{-1}{\sqrt{3x}} \right] + c & x < \frac{1}{3} \end{cases}$$

۲۰ (۴) ۲۱ (۳)

۱۰ (۶) ۱۱ (۱)

۶۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1+bx}-1}{bx} & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، $a + b$ کدام است؟

۷ (۴) ۵ (۳) ۴ (۶) ۹ (۱)

۶۷- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & x > 2 \\ ax-1 & x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

۳ (۴) ۲/۵ (۳) ۲ (۶) ۱/۵ (۱)

۶۸- تابع با ضابطه زیر در $x = \frac{1}{2}$ پیوسته است. مقدار $a + b$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \frac{1}{4}}{2x - 1} & x > \frac{1}{2} \\ a & x = \frac{1}{2} \\ \left[\frac{-1}{\sqrt{2x}} \right] + b & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۶) ۳ (۱)

۶۹- به ازای مقادیری از a و b ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. a کدام است؟

۱/۲ (۴) -۱/۲ (۳) -۱ (۶) -۳/۲ (۱)

۷۰- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\tan^2 x}{\cos 2x} & ; 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ a \cos 3x & ; \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

- ① $-2\sqrt{2}$ ② -1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2

۷۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ [x] - b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، $a - b$ کدام است؟

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ صفر ④ $\sqrt{2}$

۷۲- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{x-\sqrt{x+1}}}{x-3} & ; x > 3 \\ ax - 3a - \frac{3}{8} & ; x \leq 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ پیوسته است؟

- ① -2 ② 2 ③ هیچ مقدار a ④ هر چه باشد a

۷۳- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sin^3 x}{1-\sin^2 x} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ a \cos \frac{\pi}{3} + 1 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته باشد، a کدام است؟

- ① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1

۷۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a \left[\frac{1}{x-1} \right] & x > 0 \\ \sqrt{2} & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1-\cos x}}{b \sin x} & x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، حاصل $a.b$ کدام است؟
[]، علامت جزء صحیح است.

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۷۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a|x^2-x|}{x^2+2x} & , x > 0 \\ 4b - 3 & , x = 0 \\ \frac{\sqrt{2} \sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} & , x < 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار $3a + 4b$ کدام است؟

- ① -4 ② 4 ③ 6 ④ -6

۷۶- تابع $f(x) = \begin{cases} x + \frac{3}{x} & x \geq a \\ 3x + a & x < a \end{cases}$ به ازای چه مجموعه مقادیر a در $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

- ① $\{+1, -1\}$ ② $\{+1\}$ ③ $\{-1\}$ ④ هیچ مقدار a

۷۷- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3} + a & , x < 3 \\ \left[\frac{4}{x}\right] + b & , x = 3 \\ \frac{x^2-9}{\sin(x-3)} & , x > 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ پیوسته است، حاصل $a + b$

کدام است؟

- ① ۱۰ ② ۱۶ ③ ۱۲ ④ ۱۴

۷۸- کدام یک از توابع زیر در بازه $[0, 1]$ پیوسته است ولی در بازه $(0, 1]$ پیوسته نیست؟ $[]$ ،
نماد جزء صحیح است.

- ① $y = [x]$ ② $y = [-x]$ ③ $y = \sqrt{x}$ ④ $y = |x|$

۷۹- تابع با ضابطه $f(x) = [x^2 - 3]$ روی بازه $[2, 2+k]$ پیوسته است، بیشترین مقدار k کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $\sqrt{3} - 1$ ③ $\sqrt{5} - 2$ ④ $\sqrt{2}$

۸۰- تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه $(-2, 2)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- ① ۵ ② ۷ ③ ۶ ④ ۸

۸۱- تعداد نقاط ناپیوسته تابع با ضابطه $f(x) = [x]^2 - [x]$ روی بازه $(-1, 2)$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۰

۸۲- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+a}-b}{x} & ; x \neq 0 \\ \frac{1}{12} & ; x = 0 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ پیوسته است، b کدام است؟

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4

۸۳- تابع f با دامنه $\mathbb{R}$ روی بازه $(-1, 0]$ پیوسته است ولی روی بازه $(-1, 0)$ پیوسته نیست. ضابطه این تابع کدام می‌تواند باشد؟

$$f(x) = \sqrt{-x} \quad \textcircled{\text{د}}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \quad \textcircled{\text{ا}}$$

$$f(x) = [-x] \quad \textcircled{\text{ز}}$$

$$f(x) = [x] \quad \textcircled{\text{س}}$$

۸۴- تابع $f(x) = [x]$ در بازه $(-2, 4)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad 5$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad 8$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad 7$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad 6$$

۸۵- تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه $(-\sqrt{2}, k)$ فقط در ۳ نقطه ناپیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad 0$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad \sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad 1$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad \sqrt{2}$$

۸۶- تابع $f(x) = (x^2 - x) \left[\frac{x}{2} \right]$ در بازه $(-2, 6)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad 2$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad 4$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad 3$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad 1$$

۸۷- تابع $f(x) = [\log x]$ روی بازه $[10, 10 + k]$ پیوسته است. مجموعه مقادیر k کدام است؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad (1, 100)$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad (1, 90)$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad (0, 90]$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad (0, 100)$$

۸۸- تابع $f(x) = [\sin x] - [\cos x]$ چند نقطه ناپیوستگی در بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ دارد؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad 4$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad 3$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad 2$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad 1$$

۸۹- تابع $f(x) = \left[\frac{-3}{x} \right]$ در بازه $(\frac{1}{4}, \frac{2}{13} - k)$ پیوسته است. حداکثر مقدار k کدام است؟ [] علامت جزء صحیح است.

$$\textcircled{\text{د}} \quad \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad -\frac{5}{7}$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad -\frac{1}{13}$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad \frac{5}{13}$$

۹۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(2x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x - |-x|) & x \geq 5 \end{cases}$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟

$$\textcircled{\text{د}} \quad 0.5$$

$$\textcircled{\text{س}} \quad 0.7$$

$$\textcircled{\text{د}} \quad -0.5$$

$$\textcircled{\text{ا}} \quad -0.7$$