

سوالات تشریحی حسابان یازدهم ریاضی - فصل اول

درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

- ۱- در دنباله حسابی با جمله اول ۴ و قدر نسبت ۸، حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۰۰ بیشتر شود؟
- ۲- در دنباله حسابی ...، ۱۰، ۶، ۲ حداقل چند جمله اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن بیشتر از ۴۵۰ شود؟
- ۳- مجموع چند جمله از دنباله حسابی ...، ۱۲، ۷، x برابر ۶۰ است؟

۳ (۱)	۴ (۲)	۵ (۳)	۶ (۴)
-------	-------	-------	-------
- ۴- دو دنباله ...، ۱۰، ۷، ۴، ۱ a_n و ...، ۳، -۱، -۵ b_n مفروضند، مجموع چند جمله از دنباله جملات مشترک دنباله‌های a_n و b_n برابر ۶۱۰ است؟
- ۵- در یک دنباله حسابی، مجموع ۶ جمله اول ۵۷ و مجموع ۶ جمله دوم ۱۶۵ می‌باشد: مجموع ۲۰ جمله اول را بیابید.
- ۶- از رابطه زیر مقدار x را بیابید.

$$(x + 3) + (x + 5) + (x + 7) + \dots + (x + 23) = 253$$
- ۷- در یک دنباله‌ی حسابی اگر $S_m = S_n$ با شرط $m \neq n$ ثابت کنید: $S_{m+n} = 0$
- ۸- اگر جمله‌ی سوم و پانزدهم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۳ و ۴۸ باشند، جمله‌ی نهم این دنباله را بیابید.
- ۹- بین $\frac{1}{3}$ و ۲۷ تعداد ۳ واسطه‌ی هندسی درج کرده‌ایم، مجموع این ۳ واسطه را بیابید.
- ۱۰- سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی بیابید که مجموعشان ۳۱ و حاصل ضربشان ۱۲۵ باشد.
- ۱۱- یک دنباله‌ی هندسی دارای چهارجمله است، مجموع جمله‌ای اول و دوم برابر ۴ و مجموع دو جمله‌ی آخر ۳۶ است. جمله‌های این دنباله را بیابید.
- ۱۲- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. جملات اول و سوم این دنباله را بنویسید و سپس با استفاده از فرمول، تعیین کنید چند جمله اول از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

۱۳- در یک دنباله هندسی، مجموع شش جمله اول دنباله، ۹ برابر مجموع سه جمله اول آن است. مجموع ده جمله اول این دنباله چند برابر مجموع پنج جمله اول آن است؟

۱۴- طول ضلع مربع یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از قبل را رنگ می‌کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

۱۵- حداقل چند جمله از دنباله $1, \frac{1}{p}, \frac{1}{p^2}, \dots$ را جمع کنیم تا حاصل بیشتر از ۵۰۰ باشد؟

۱۶- در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و پنجم برابر ۸۲ و مجموع جملات دوم و ششم برابر ۲۴۶ است. تعیین کنید مجموع چند جمله از این دنباله برابر ۳۲۸۰ است؟

۱۷- در یک دنباله هندسی ۲۰ جمله‌ای با قدرنسبت ۲، مجموع جملات ردیف فرد چند برابر مجموع جملات ردیف زوج است؟

۱۸- عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{1 \quad x^2 \quad 1 \quad x^4 \quad 1 \quad x^8 \quad 1}{x^{15} \quad x^{14} \quad 1}$$

۱۹- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله‌ی اول ۱۱۲ و مجموع شش جمله‌ی اول ۱۲۶ است. جمله‌ی نهم چند برابر جمله‌ی هفتم است؟

۲۰- در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول تا پنجم ۳۲ برابر مجموع جملات ششم تا دهم است، قدر نسبت این دنباله را بیابید.

درس دوم: معادلات درجه دوم

۲۱- معادله‌ی درجه‌ی دومی بنویسید که بین ریشه‌هایش روابط زیر برقرار باشد.

$$\begin{matrix} x_1^2 & x_2^2 & 5 \\ 1 & x_2 & 2 \end{matrix}$$

۲۲- در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف) حاصل ضرب ریشه‌های معادله $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مساوی است.

ب) مجموعه جواب معادله $\sqrt{x^2 - 9} = 2$ ، برابر ①.....⑤ می‌باشد.

۲۳- حاصل $(1 + \sqrt{5})^5 + (1 - \sqrt{5})^5$ را بیابید.

۲۴- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله بوده و $x_2 = kx_1$ آن گاه ثابت کنید.

$$\frac{(k+1)^2}{k} = \frac{b^2}{a \cdot c}$$

۲۵- اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 5x - 3 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta-5}$ را بیابید.

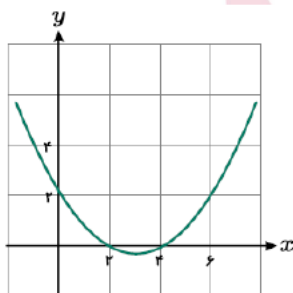
۲۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{(3\alpha + \frac{1}{\alpha})^2}{(3\beta^2 + 1)^2 + 25\alpha^2}$ را بیابید.

۲۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت زیر را بیابید.

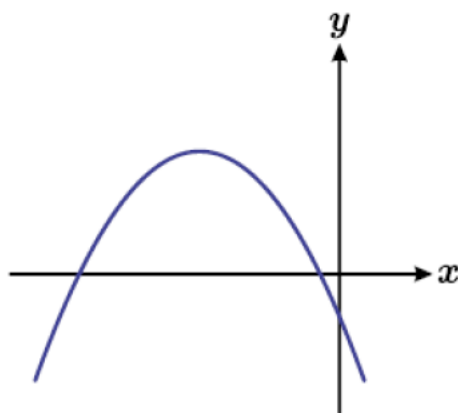
$$\frac{\alpha^5}{(3-\beta)^5} + \frac{\beta^5}{(3-\alpha)^5}$$

۲۸- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + x - 3 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\alpha^2 + \frac{1}{\beta}$ و $\beta^2 + \frac{1}{\alpha}$ باشد؟

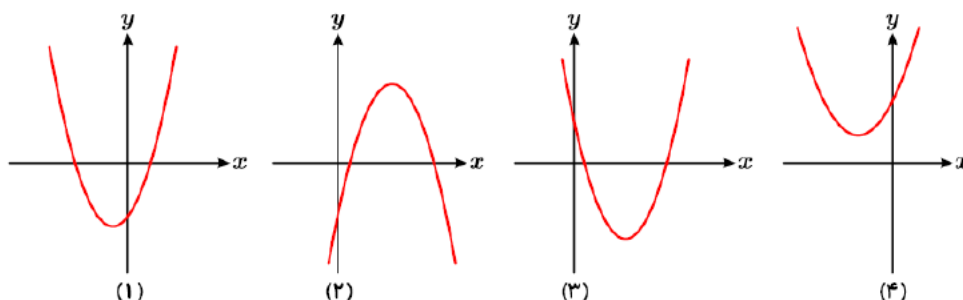
۲۹- اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید.



۳۰- نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. علامت ضرایب a ، b ، c را تعیین کنید.

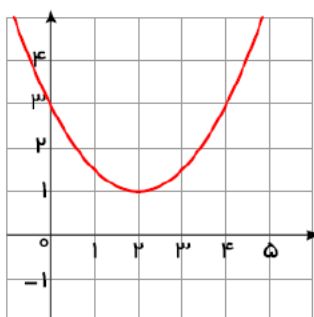


۳۱- با توجه به تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ نمودار یا نمودارهای متناظر با هر یک از ویژگی‌های جدول زیر را مشخص کنید.



ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)
علامت b منفی است	
دارای مینیمم است و ریشه ندارد	
علامت c منفی است	

۳۲- در شکل زیر نمودار سهمی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. صفرهای تابع را در



صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.

۳۳- مقدار m را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 +$

$mx^2 - x - 2$ برابر -1 باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست

آورید.

۳۴- صفرهای توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = x^3 - 4x$

ب) $g(x) = (x + \frac{1}{x})^2 + (x + \frac{1}{x})$

۳۵- تعداد و مقدار تقریبی ریشه‌های معادله $|x - 1| = x^2 - x - 1$ را با استفاده از روش

هندسی به دست آورید.

۳۶- صفرهای تابع $f(x) = (4 - x^2)^2 + 2(4 - x^2) - 15$ را، در صورت وجود، به دست

آورید.

۳۷- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0$

ب) $\sqrt{3 + \sqrt{1 - 3x}} = 2$

۳۸- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $3x^3 + x^2 + 3x = 0$

ب) $\frac{3x^2 - 11}{8} + \frac{74 - 2x^2}{12} = 10$

۳۹- صفرهای تابع $f(x) = (x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x - 1$ را بیابید.

۴۰- معادله‌ی مقابل را به روش هندسی حل کنید.

$$(x + 1)^2 = x + 2$$

درس سوم: معادلات گویا و گنگ

۴۱- معادله زیر را حل کنید:

$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-2} = 3$$

۴۲- اگر دو ماشین چمن‌زنی با هم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت، چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آنها دو برابر دیگری باشد، ماشین سریع‌تر در چند ساعت می‌تواند کار را به تنهایی انجام دهد؟

۴۳- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x+5}{x-1} - \frac{6}{x^2+x+1} - \frac{6(x^2+1)}{x^3-1} = x^2 + 1$$

۴۴- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{2x-8}{x^3+8} + \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-2x+4}$$

۴۵- معادله مقابل را حل کنید.

$$x^2 - 4x + \frac{10}{x^2 - 4x + 5} = 2$$

۴۶- معادله $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$ را حل کنید.

۴۷- معادله زیر را به روش جبری حل کنید.

$$1 + \sqrt{x+2} = x - 3$$

۴۸- معادله $\sqrt{6x^2 - 24x + 7} = 4x - x^2$ را حل کنید:

$$49- \text{معادله } \sqrt{x + \sqrt{x+11}} + \sqrt{x - \sqrt{x+11}} = 4 \text{ را حل کنید.}$$

۵۰- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3}$$

۵۱- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 + x + 1} = \sqrt{2x^2 + 2x + 9}$$

درس چهارم: قدر مطلق و ویژگی‌های آن

۵۲- به کمک تعیین علامت عبارت‌های داخل قدر مطلق، ضابطه‌ی توابع زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.

الف) $f(x) = x|x|$

ب) $f(x) = |x+1| - 2$

پ) $y = |x-1| + |x+2|$

۵۳- نمودار تابع $f(x) = ||x| - 3|$ را رسم کنید و به کمک آن معادله $f(x) = 2$ را حل کنید.

۵۴- خط $y = 1$ و نمودار $y = |x^2 - 2x|$ در چند نقطه تلاقی دارند؟

۵۵- حدود m را طور بیابید که معادله $|x-1| - |x+3| = m+4$ حداقل یک جواب داشته باشد.

۵۶- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = -|2x-4| + 2$$

۵۷- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = |x+2| - |x-1|$$

۵۸- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = x|x| + x^2 + 1$$

۵۹- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$$

۶۰- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = \frac{x|x+1|}{x+1}$$

۶۱- معادله زیر را حل کنید.

$$|x^2 + x - 2| + |5 - x| = |x^2 + 2x - 7|$$

۶۲- حدود x را از رابطه‌ی مقابل بیابید.

$$|x-1| > x-1$$

۶۳- معادله $||x| - 2| = 1$ را به روش هندسی حل کنید.

۶۴- معادله قدرمطلق $||x| - 1| = 2$ را به روش جبری حل کنید.

۶۵- معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف)} \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = |x|$$

$$\text{ب)} |x+1| = 4 + 2x$$

$$\text{پ)} \left| \frac{1}{3x-1} \right| = \frac{1}{2}$$

۶۶- تساوی $|4x+2| = |x| + |3x+2|$ به ازای چه مقدارهایی از x برقرار است؟

۶۷- ابتدا نمودار تابع $f(x) = |1 - |x||$ را رسم کرده، سپس معادله $f(x) = 2$ را به روش

هندسی و جبری حل کنید.

۶۸- ابتدا نمودار تابع $f(x) = |4x - x^2|$ را رسم کنید، سپس به روش هندسی معادله $f(x) = 5$

را حل کنید.

۶۹- هر یک از معادلات قدرمطلق زیر را حل کنید و مجموعه‌ی جواب آن را مشخص کنید.

$$\text{الف)} |2t-1| - 3 = 0$$

$$\text{ب)} |y^2 - 2| = 7$$

$$\text{پ)} |2x-3| = 3-2x$$

۷۰- نامعادله $\left| \frac{3-2x}{x-4} \right| \geq 1$ را حل کنید.

۷۱- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x}{x-1} = |x+1|$$

۷۲- نامعادله $|1-3x| + |x+4| > |4x+3|$ را حل کنید.

۷۳- معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$|x| = \sqrt{2-x}$$

۷۴- نامعادله‌ی مقابل را به روش جبری حل کنید.

$$|x-2| \leq x$$

۷۵- نامعادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\left| \frac{2x+1}{x} \right| < 3$$

۷۶- نامعادله‌ی زیر را حل کنید.

$$|2x-3| > x-1$$

۷۷- نامعادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$x^2 - 2x + |x-1| < 1$$

درس پنجم: آشنایی با هندسه تحلیلی

۷۸- نقاط $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه AM را بیابید.

۷۹- نقاط $A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $C \begin{bmatrix} k \\ -k \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر مثلث در رأس B قائمه باشد، مقدار k را بیابید.

۸۰- معادلات اضلاع مثلث ABC به صورت $AC: x+y=0$ ، $BC: 3x-y=1$ و $AB: x-$ و $2y+3=0$ است. شیب میانه رأس C را بیابید.

۸۱- فاصله نقطه $A(1,0)$ از خط $x+y=k$ برابر $\sqrt{2}$ است. مقدار k را پیدا کنید.

۸۲- یکی از اضلاع مربعی بر خط $y=2x-1$ واقع است. اگر $(3,0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.

۸۳- دو خط $x-2y=2$ و $2x+3y=1$ معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه $A(1,3)$ یک رأس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟

۸۴- مثلث ABC با رئوس $A(-1, 7)$ ، $B(-6, -2)$ و $C(10, 4)$ مفروض است. فاصله رأس C از میانه نظیر رأس A چقدر است؟

۸۵- اگر $A(2, 1)$ یکی از رئوس مربع ABCD و $x + 2y = 3$ معادله یک قطر آن باشد:
الف) معادله قطر دیگر مربع را بیابید.
ب) مساحت مربع را بیابید.



WWW.20SHOO.IR