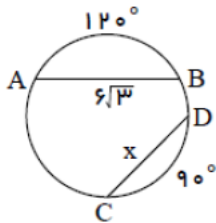


سوالات تشریحی هندسه یازدهم ریاضی - فصل سوم

درس اول: قضیه سینوس ها

۱- در شکل مقابل، طول وتر CD چقدر است؟

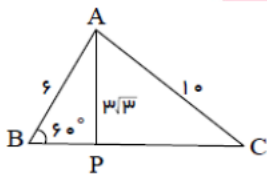


۲- در مثلث ABC، $\hat{A} = 60^\circ$ و $BC = 4\sqrt{3}$ است. فاصله مرکز دایره محیطی مثلث از ضلع BC چقدر است؟

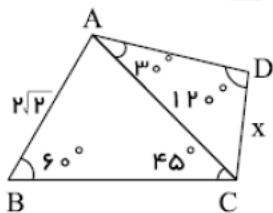
۳- در مثلث ABC ثابت کنید:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} R^2 \sin A$$

۴- در شکل مقابل، شعاع دایره محیطی مثلث APC چقدر است؟



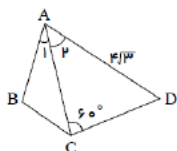
۵- در شکل مقابل، مقدار x چقدر است؟

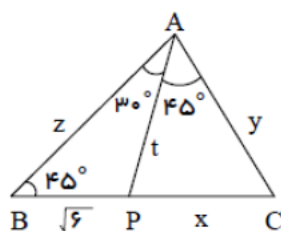


گروه آموزشی بیست و شو

۶- در مثلث ABC، با ثابت ماندن طول $BC = a$ ، زاویه A دو برابر می شود.

اگر اندازه شعاع محیطی تغییر نکند، زاویه A چند درجه است؟

۷- در مثلث ABC، $b = \sqrt{3}a$ و $\hat{A} = 30^\circ$ اگر $c = 4$ باشد، بیشترین مقدار B چقدر است؟۸- در مثلث ABC، $b = \sqrt{2}a$ و $\hat{A} = 30^\circ$ اندازه زاویه C چقدر است؟۹- در شکل مقابل، $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است. شعاع دایره محیطی مثلث ABC چقدر است؟



۱۰- در شکل مقابل، طول x و y و z و t را حساب کنید.

۱۱- در مثلث ABC ، H محل هم‌رسي ارتفاع‌هاست.

ثابت کنید شعاع دایره محیطی مثلث‌های AHB و BHC و AHC با شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر است.

۱۲- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 60^\circ$ و $BC = 10\sqrt{3}$ است. اگر I محل هم‌رسي نیم‌سازهای داخلی باشد، شعاع دایره محیطی مثلث BIC چقدر است؟

۱۳- در مثلث ABC ، I محل هم‌رسي نیم‌سازهای داخلی زوایای مثلث است.

نسبت شعاع دایره محیطی مثلث BIC به شعاع دایره محیطی مثلث ABC را بر حسب زاویه A بیابید.

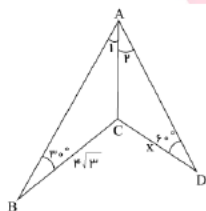
۱۴- در مثلث ABC ، $BC = 2\sqrt{3} + 2$ و $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 45^\circ$ است. محیط مثلث را حساب کنید.

۱۵- در مثلث ABC ، $a = \sqrt{3}b$ و $\hat{A} = 2\hat{B}$ زوایای مثلث را محاسبه کنید.

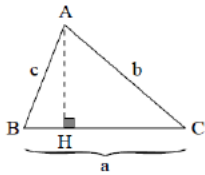
۱۶- در مثلث ABC داریم: $\frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$. زاویه C چند درجه است؟

۱۷- در مثلث ABC داریم: $\sin \hat{B} \cdot \cos \hat{C} = \sin \hat{A}$. نوع مثلث را مشخص کنید.

۱۸- در شکل مقابل، $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است. مقدار x چقدر است؟



۱۹- الف) در شکل مقابل، ارتفاع AH رسم شده است. می دانیم که $AC = 2R \times \sin \hat{B}$ (شعاع دایره محیطی مثلث) می باشد. با نوشتن رابطه $\sin \hat{B}$ در مثلث ABH ، ثابت کنید: $AB \times AC = AH \times 2R$.



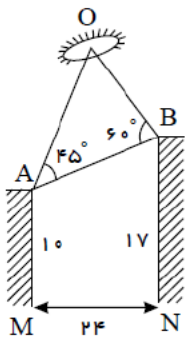
ب) به همین ترتیب، ثابت کنید:

$$ab + ac + bc = 2R(h_a + h_b + h_c)$$

۲۰- در هر مثلث قائم الزاویه، حاصل $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ برابر با است. ($\hat{A} = 90^\circ$)

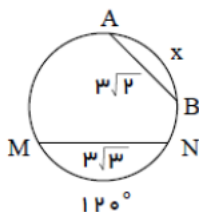
۲۱- در مثلث ABC ، حاصل $\frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}}$ برابر است با است.

۲۲- دو نفر (B, A) به طور هم زمان از بالای دو ساختمان به ارتفاع های ۱۷ و ۱۰ متر، یک شیء نورانی را مطابق شکل با زاویه دید 45° و 60° (نسبت به پاره خط AB) رؤیت کرده اند. اگر فاصله دو ساختمان از یکدیگر ۲۴ متر باشد، فاصله شیء نورانی از دو نفر را حساب کنید. (OA و OB را حساب کنید). ($\sin 75^\circ \sim 0.9$)

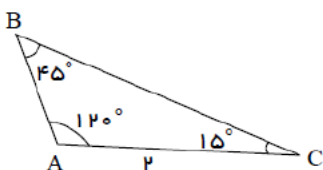


درس دوم: قضیه کسینوس ها

۲۳- در شکل مقابل، اندازه کمان $\widehat{AB}$ چقدر است؟



۲۴- در شکل مقابل، طول AB چقدر است؟



۲۵- در مثلث ABC ، $AB = 3$ و $AC = 4$ و $BC = x - 1$ و $A > 90^\circ$ است. حدود x را مشخص کنید.

۲۶- ثابت کنید در هر مثلث ABC داریم:

$$(1) \hat{A} < 90^\circ \Leftrightarrow |b - c| < a < \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$(2) \hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

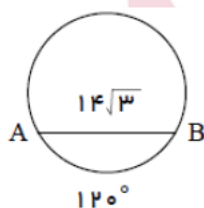
$$(3) \hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow \sqrt{b^2 + c^2} < a < b + c$$

۲۷- ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع مجموع مربعات قطرها، برابر با مجموع مربعات چهار ضلع متوازی الاضلاع می باشد.

۲۸- طول کوچک ترین قطر ۱۲ ضلعی منتظم به طول ضلع a چقدر است؟

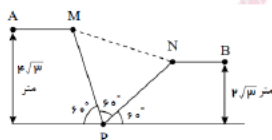
۲۹- در مثلث، ABC رابطه $b^3 + c^3 = a^3(b + c)$ برقرار است. زاویه متوسط مثلث را به دست آورید.

۳۰- در شکل مقابل، شعاع دایره را حساب کنید.



۳۱- مطابق شکل، دنده ای از نقطه A به سمت نقطه B شروع به دویدن می کند. مسافتی را که این

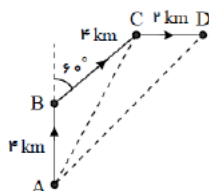
دنده روی پل MN طی می کند، حساب کنید.



۳۲- یک پیک موتوری در مسیر رساندن مرسولات به مقصد، ابتدا ۴ کیلومتر به سمت شمال حرکت می کند و سپس مسیرش را 60° به سمت شرق منحرف نموده و ۴ کیلومتر دیگر حرکت می کند و در انتها ۲ کیلومتر مستقیم به سمت شرق حرکت می کند تا به مقصد می رسد. فاصله مبدأ تا مقصد (AD) چقدر است؟

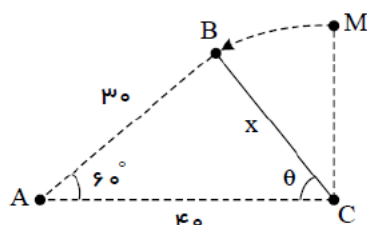
(راهنمایی: ابتدا در مثلث ABC ، طول AC را حساب کنید، سپس در مثلث ACD ، زاویه $\hat{ACD}$ را یافته

و طول AD را محاسبه کنید)

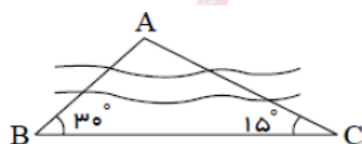


۳۳- در n ضلعی منتظم، کوچک‌ترین قطر $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است. n چقدر است؟

۳۴- مطابق شکل در اثر وزش طوفان، تیر چراغ‌برقی منحرف شده و در وضعیت روبه‌رو قرار می‌گیرد. نوک تیر چراغ‌برق از نقطه A به زاویه 60° دیده می‌شود و فاصله نقطه A از نوک تیر، ۳۰ متر می‌باشد. اگر فاصله نقطه A تا پای تیر ۴۰ متر باشد، طول تیر چراغ‌برق و سینوس زاویه انحراف آن از راستای افقی را محاسبه کنید.



۳۵- مطابق شکل، درختی در نقطه A ، در آن سوی رودخانه قرار دارد. از دو نقطه B و C ، این درخت به ترتیب با زاویه 30° و 15° دیده می‌شود. اگر فواصل نقاط B و C از A به ترتیب $20\sqrt{2}$ و ۲۰ باشد، فاصله BC را به دست آورید.



۳۶- در مثلث ABC ثابت کنید رابطه‌های زیر برای میانه‌های مثلث برقرار است:

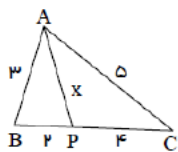
$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

۳۷- در مثلث ABC ، m_a و m_b و m_c میانه‌ها هستند، ثابت کنید:

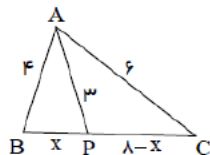
$$\begin{cases} b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \\ a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \\ a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \end{cases}$$

۳۸- در مثلثی به اضلاع ۳ و ۴ و ۶، حاصل $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ چقدر است؟

۳۹- در شکل مقابل، مقدار x را محاسبه کنید.



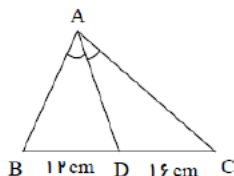
۴۰- در شکل مقابل، مقدار x را حساب کنید.



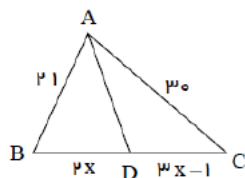
درس سوم: قضیه نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه طول نیمسازها

۴۱- اگر محیط مثلث مقابل 70 cm و AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، طول اضلاع AB و AC را بدست

آورید.



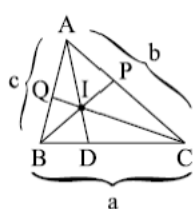
۴۲- در شکل مقابل AD نیمساز A است. مقدار x را بدست آورید.



۴۳- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه A ، ضلع BC را در D قطع می‌کند. ثابت کنید: $BD =$

$$\frac{ac}{b+c}, CD = \frac{ab}{b+c}$$

۴۴- در مثلث ABC ، I محل هم‌رسی نیمسازهای داخلی است. ثابت کنید:



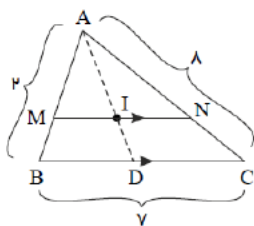
الف) $\frac{DI}{AI} = \frac{a}{b+c}, \frac{PI}{BI} = \frac{b}{a+c}, \frac{QI}{CI} = \frac{c}{a+b}$

ب) $\frac{DI}{AI} + \frac{PI}{BI} + \frac{QI}{CI} = 1$

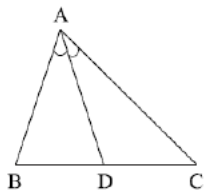
۴۵- در مثلث ABC ، طول اضلاع به نسبت ۲، ۳ و ۴ هستند. نیمساز داخلی بزرگ‌ترین زاویه رسم

می‌شود. مساحت کوچکترین مثلث حاصل، چند برابر مساحت اصلی است؟

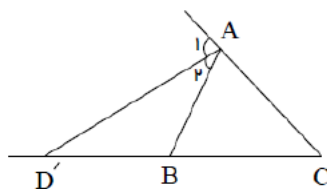
۴۶- در شکل مقابل، محل هم‌رسی نیمسازهاست. حاصل $\frac{S_{MNCB}}{S_{\Delta ABC}}$ چقدر است؟ ($MN \parallel BC$)



۴۷- در شکل مقابل، ثابت کنید: $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$. (نیمساز داخلی $\hat{A}$: AD)

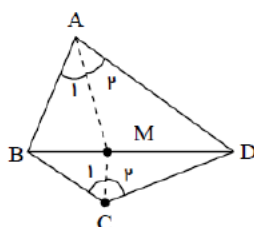


۴۸- در شکل زیر، AD' نیمساز خارجی زاویه $\hat{A}$ است. ثابت کنید:

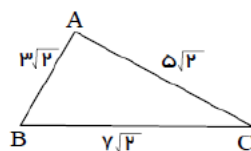


$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$$

۴۹- در شکل مقابل، $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$. ثابت کنید: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$

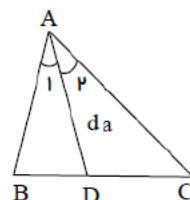


۵۰- در شکل مقابل، طول نیمساز داخلی زاویه A را حساب کنید.



۵۱- در مثلث ABC ثابت کنید:

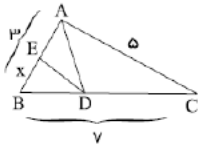
$$d_a^2 = AB \times AC - BD \times DC \quad (AD \text{ نیمساز زاویه } A \text{ است})$$



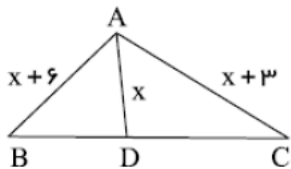
۵۲- در مثلث ABC، ثابت کنید:

$$d_a = \frac{2bc \cdot \cos \frac{A}{2}}{b+c} \quad (d_a \text{ نیمساز داخلی زاویه } A)$$

۵۳- در مثلث ABC، $\hat{A} = 60^\circ$ و $AB = 3$ و $AC = 4$ است. طول نیمساز داخلی زاویه A چقدر است؟



۵۴- در شکل مقابل، AD و DE نیمسازند. x چقدر است؟

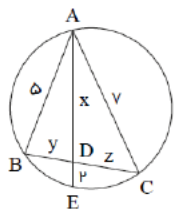


۵۵- در شکل مقابل، $\hat{A} = 120^\circ$ و AD نیمساز داخلی $\hat{A}$ است. مقدار x را حساب کنید.

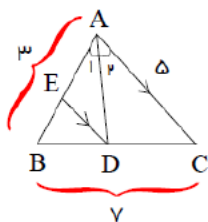
۵۶- در مثلث ABC، $AB = 8$ و $AC = 6$ و $\hat{A} = 2\hat{C}$ است. اندازه ضلع BC را حساب کنید.

۵۷- در مثلث ABC رابطه $\hat{A} = 2\hat{B}$ برقرار است. ثابت کنید: $a^2 - b^2 = bc$.

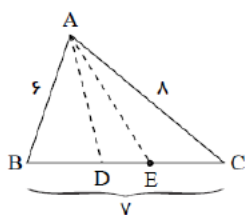
۵۸- در شکل مقابل، AD نیمساز $\hat{A}$ است. مقادیر x و y و z را حساب کنید.



۵۹- در شکل مقابل، AD نیمساز و $DE \parallel AC$ است. محیط مثلث ADE را حساب کنید.



۶۰- در مثلث ABC، اضلاع $AB = 6$ و $AC = 8$ و $BC = 7$ هستند. نیمساز AD را رسم می کنیم.



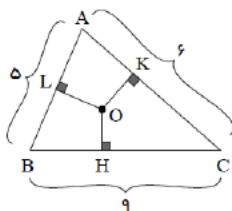
الف) طول BD و CD را حساب کنید.

ب) طول نیمساز AD را حساب کنید.

پ) اگر AE نیمساز زاویه $\hat{DAC}$ باشد، طول AE را حساب کنید.

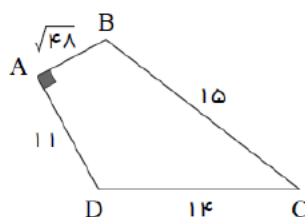
درس چهارم: قضیه هرون (محاسبه ارتفاعها و مساحت مثلث)

۶۱- در شکل مقابل داریم: $OK = \sqrt{2}$, $OH = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. طول OL چقدر است؟



۶۲- طول ضلع‌های یک مثلث ۲۵ و ۳۹ و ۴۰ هستند، قطر دایره محیطی آن چقدر است؟

۶۳- مساحت چهارضلعی ABCD را حساب کنید.



۶۴- ثابت کنید در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) داریم:

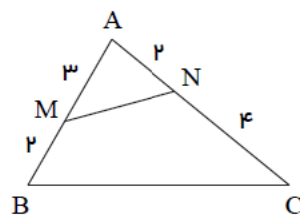
$$S = p(p - a) = (p - b)(p - c).$$

۶۵- در مثلث به اضلاع ۳، ۵ و ۷، طول بزرگ‌ترین ارتفاع را حساب کنید.

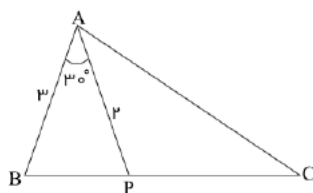
۶۶- مساحت مثلث با دو ضلع به اندازه‌های ۱۶ و ۹ واحد برابر با $24\sqrt{5}$ واحد مربع است. طول

بزرگ‌ترین ضلع این مثلث چقدر است؟

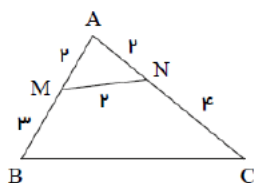
۶۷- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی چه نسبتی از مساحت مثلث ABC است؟



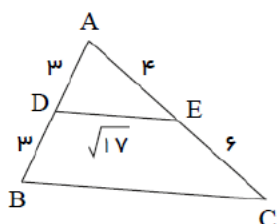
۶۸- در مثلث ABC داریم: $\frac{PB}{PC} = \frac{1}{2}$. مساحت مثلث ABC را حساب کنید.



۶۹- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی چقدر است؟



۷۰- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی BDEC چقدر است؟

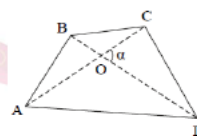


۷۱- در مثلث ABC، $m_b = 12$ و $m_c = 15$ و زاویه بین این دو میانه 120° می باشد. مساحت

مثلث ABC چقدر است؟

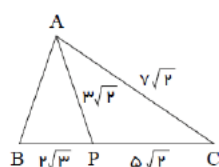
۷۲- ثابت کنید مساحت چهارضلعی ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD \times \sin \alpha$$



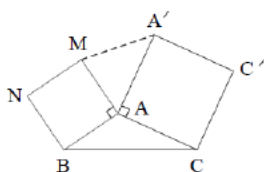
۷۳- اضلاع مثلثی را از طرف رأس های آن به اندازه همان ضلع ادامه می دهیم. مساحت مثلث جدید

چند برابر مثلث اولیه است؟



۷۴- در شکل مقابل، مساحت مثلث APB چقدر است؟

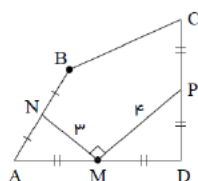
۷۵- در شکل مقابل، دو مربع بر اضلاع AB و AC از مثلث ABC ساخته ایم. ثابت کنید:



$$S_{\triangle AA'M} = S_{\triangle ABC}$$

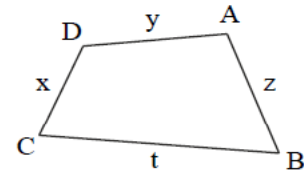
۷۶- مطابق شکل، M، N و P نقاط وسط اضلاع چهارضلعی ABCD هستند و $\widehat{NMP} = 90^\circ$.

مساحت ABCD چقدر است؟



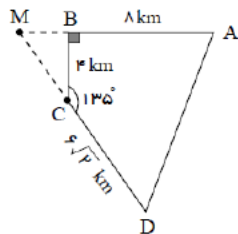
۷۷- چهارضلعی ABCD محاطی است. ثابت کنید:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(xy + zt) \times \sin \hat{D}$$



۷۸- یک کشتی گشت‌زنی دریایی، از نقطه A (مرکز گشت دریایی) ۸km به سمت غرب حرکت کرده و سپس ۴km به سمت جنوب حرکت می‌کند و در ادامه با زاویه 135° منحرف شده و مسیر $6\sqrt{2}$ km را طی کرده و در انتها به مرکز گشت دریایی باز می‌گردد. این کشتی گشت‌زنی چه مساحتی را پیمایش کرده است؟

(راهنمایی: اضلاع و مساحت مثلث MBC را محاسبه کرده و با استفاده از رابطه سینوسی مساحت،



مساحت مثلث AMD را محاسبه نمایید)

۷۹- مثلث با طول اضلاع ۳، ۵ و ۵ با مثلث به ارتفاع‌های ۱۰، ۱۰ و x متشابه است. x چقدر است؟
۸۰- ارتفاع‌های مثلثی با مقادیر $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{6}$ و $\sqrt{2}$ متناسب هستند. نوع مثلث و زوایای آن را مشخص کنید.

۸۱- طول سه ارتفاع یک مثلث ۳، ۴ و ۶ هستند. مساحت مثلث را حساب کنید.