

سوالات تشریحی هندسه یازدهم ریاضی - فصل دوم

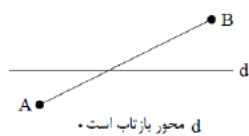
درس اول: تبدیل‌های هندسی

۱- واژه‌های زیر را تعریف کنید.

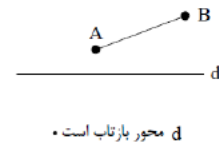
الف) ایزومتري (ب) دو خط متناظر (ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط

۲- ثابت کنید بازتاب محوری در حالت کلی، شیب خط را حفظ نمی‌کند.

۳- ثابت کنید بازتاب محوری یک تبدیل طولیا است. (مسئله را در دو حالت زیر بررسی کنید)



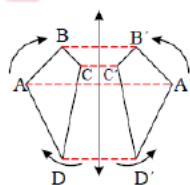
(ب)



(الف)

۴- در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، $A'B'$ و AB هم‌اندازه‌اند.

۵- در شکل زیر، چهارضلعی $A'B'C'D'$ تصویر چهارضلعی محدب ABCD تحت بازتاب است. در شکل اولیه، وقتی به ترتیب از A به B، C و D می‌رویم، جهت حرکت، موافق جهت حرکت عقربه‌های ساعت است. جهت حرکت در بازتاب این نقاط چگونه است؟ آیا می‌توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می‌کند؟

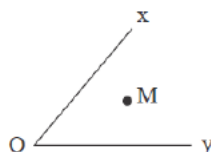


۶- نقطه A با سه بازتاب مرکزی متوالی به چهارضلعی $AA'A''B$ تبدیل می‌شود. مساحت این

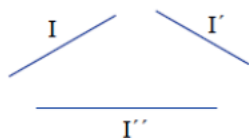
چهارضلعی چند برابر مساحت چهارضلعی حاصل از وصل کردن مراکز بازتاب می‌باشد؟

۷- دو پاره خط موازی و مساوی AB و CD بازتاب محوری هم هستند. نوع چهارضلعی ABCD چیست؟

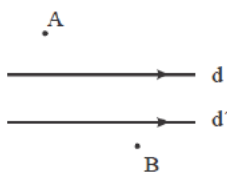
۸- مطابق شکل، با استفاده از کدام تبدیل می‌توان خطی از M گذراند تا Ox و Oy را در A و B قطع کند طوری که $MA = MB$ باشد؟



- ۹- چند بازتاب محوری وجود دارد که یک مستطیل (غیر مربع) را روی خود آن بازتاب می‌کند؟
- ۱۰- سه خط دوجه دو ناموازی I و I' و I'' در صفحه مفروض‌اند. پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی I و I' ، و موازی I'' باشد.

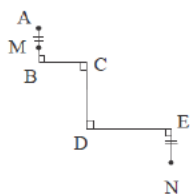


- ۱۱- مطابق شکل، دو روستای A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم پلی عمودی بر رودخانه بسازیم. برای نصب پل به صورتی که مسیر بین A و B کمترین باشد، از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟



- ۱۲- دایره $C(O, R)$ و پاره خط AB در صفحه مفروض‌اند. در دایره C وترى موازی و مساوی AB رسم می‌کنیم. حداکثر چند وتر می‌توان یافت؟

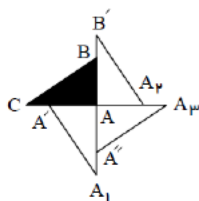
- ۱۳- مطابق شکل، $AB = ۲$ ، $BC = ۳$ ، $DC = ۴$ و $DE = ۵$ است. اگر $AM = EN$ باشد، طول بردار انتقالی که M را بر N منطبق می‌کند، کدام است؟



- ۱۴- دو دایره با شعاع‌های برابر با R مماس خارجند. بردار انتقالی که دو دایره را بر هم منطبق می‌کند، کدام است؟

- ۱۵- چند انتقال دو خط متقاطع را بر هم منطبق می‌کند؟

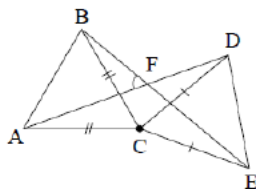
- ۱۶- در شکل مقابل، چند دوران از شکل سایه‌دار وجود دارد؟



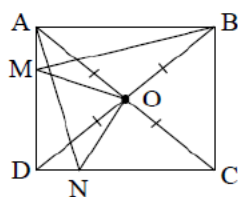
۱۷- در شکل روبه‌رو، مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle DEC$ متساوی‌الاضلاع هستند.

الف) با کدام تبدیل و به چه صورت نقطه A بر B و نقطه D بر E تصویر می‌شود؟

ب) با استفاده از ویژگی‌های تبدیل قسمت (الف)، ثابت کنید که: $AD = BE$ و $\angle AFB = 60^\circ$.

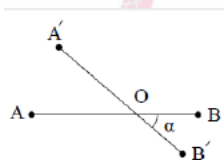


۱۸- در مربع $ABCD$ ، O مرکز مربع و $AM = DN$ ثابت کنید با دوران به مرکز O و زاویه 90° .



مثلث $\triangle ABM$ بر مثلث $\triangle ADN$ تصویر می‌شود.

۱۹- در شکل مقابل، ثابت کنید دوران طولپا است.

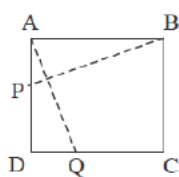


۲۰- نقاط $A(2,0)$ ، $B(5,0)$ و $C(5,2)$ رأس‌های یک مثلث هستند.

الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه $90^\circ +$ رسم کنید.

ب) طول و شیب ضلع AC و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.

۲۱- چهارضلعی $ABCD$ مربع است و داریم: $AP = DQ$. تحت چه تبدیلی مثلث $\triangle APB$ بر مثلث



$\triangle ADQ$ منطبق می‌شود؟

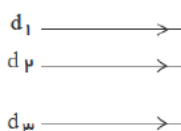
۲۲- اگر بخواهیم مثلث متساوی‌الاضلاعی به رأس A طوری رسم کنیم که دو رأس دیگر آن بر d_1

و d_2 قرار گیرد، از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟



۲۳- سه خط d_1 و d_2 و d_3 موازی‌اند. چند مثلث قائم الزاویه متساوی‌الساقین می‌توان رسم کرد که

رأس قائمه آن بر d_2 و رأس‌های دیگر آن بر d_1 و d_3 قرار گیرد؟

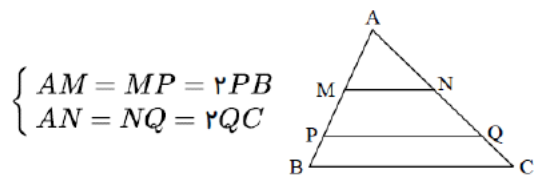


۲۴- نقطه A روی محیط دایره‌ای به شعاع R و مرکز O قرار دارد. n دوران متوالی یا زوایای برابر از A انجام می‌دهیم تا یک n ضلعی به دست آید. مساحت n ضلعی حاصل کدام است؟

۲۵- نقطه M به فاصله a از مبدأ مختصات قرار دارد. این نقطه را به مرکز O (مبدأ مختصات) دو بار تحت زاویه 60° دوران می‌دهیم تا نقطه N به دست آید. طول MN کدام است؟

۲۶- اگر زاویه بین خط و دوران یافته آن α باشد، با دوران دادن هر دو خط تحت زاویه $\alpha - 90^\circ$ ، زاویه بین خطوط دوران یافته کدام است؟

۲۷- در شکل مقابل داریم:



$$\begin{cases} AM = MP = 2PB \\ AN = NQ = 2QC \end{cases}$$

الف) با کدام تبدیل مثلث ΔAMN بر مثلث ΔAPQ

تصویر می‌شود؟ چگونه؟

ب) با کدام تبدیل مثلث ΔAPQ بر مثلث ΔABC تصویر می‌شود؟ چگونه؟

۲۸- دو خط d و d' متقاطع‌اند. با چند تبدیل زیر می‌توان خط d را بر خط d' تصویر نمود؟

الف) انتقال	ب) دوران	پ) بازتاب محوری	ت) تجانس
۴(۱)	۲(۲)	۳(۳)	۱(۴)

۲۹- در تجانسی با نسبت $k < 0$ و مرکز تجانس O (نقطه O را خارج AB در نظر بگیرید) نشان دهید:

الف) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.

ب) تجانس زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند.

۳۰- دایره $C(O, R)$ و نقطه M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه M در هر حالت رسم کنید.

الف) $k = 2$

ب) $k = -2$

پ) $k = \frac{1}{2}$

۳۱- فرض کنید G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC (مرکز ثقل آن) باشد و مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $K = -\frac{1}{3}$ باشد.

الف) جایگاه رأس‌های A' و B' و C' نسبت به مثلث ABC کجاست؟

ب) مساحت مثلث $A'B'C'$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۳۲- تحت تبدیل تجانس به مرکز $(0,0)$ ، نقطه $A(1,2)$ روی نقطه $A'(3,6)$ تصویر شده است. نسبت تجانس را یافته و تعیین کنید این تجانس، انبساط است یا انقباض؟

۳۳- مثلث $A'B'C'$ مجانس مستقیم مثلث ABC به مرکز تجانس O می‌باشد. اگر $\frac{OA'}{AA'} = 3$ و نوع تجانس انقباضی باشد، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث $A'B'C'$ است؟

۳۴- اگر نقطه A' مجانس A با ضریب k و مرکز O و نقطه A'' مجانس A' با ضریب m و همان مرکز باشد، طول OA'' چند برابر OA است؟

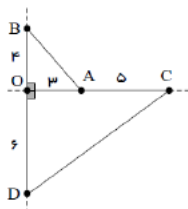
۳۵- دو دایره با شعاع‌های متفاوت با چند تبدیل ممکن است بر روی هم تصویر شوند؟

۳۶- اگر نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 4 \end{smallmatrix} \right|$ مجانس نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} -2 \\ 1 \end{smallmatrix} \right|$ باشد که ضریب تجانس آن $k = 5$ باشد، مرکز تجانس کجاست؟

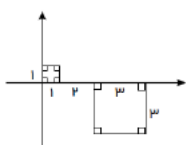
۳۷- تحت یک تجانس محیط مثلث تصویر 12 و محیط مثلث اولیه 4 است. شعاع دایره‌ای که مجانس دایره‌ای به مساحت 16π تحت این تجانس باشد، چقدر است؟

۳۸- در یک تجانس به مرکز O و نسبت -4 ، فاصله یک نقطه و تصویرش چند برابر فاصله همان نقطه از مرکز تجانس است؟

۳۹- مطابق شکل، با ترکیب کدام تبدیل‌ها، مثلث OAB بر مثلث OCD تصویر می‌شود؟



۴۰- با ترکیب کدام تبدیل‌ها، مربع کوچک‌تر به مربع بزرگ‌تر تبدیل می‌شود؟

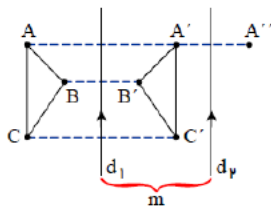


۴۱- در شکل، d_1 به موازات d_2 و به فاصله m از آن قرار دارد و مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $\Delta A''B''C''$ بنامید.

(الف) نشان دهید: $AA'' = 2m$

(ب) اندازه BB'' و CC'' چقدر است؟

(پ) با چه تبدیلی می‌تون مثلث $\Delta A''B''C''$ را تصویر ΔABC دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

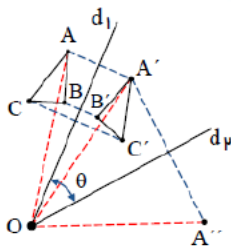


۴۲- در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $\Delta A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $\Delta A''B''C''$ بنامید.

(الف) نشان دهید: $\angle AOA'' = 2\theta$

(ب) اندازه $\angle C\hat{O}C''$ و $\angle B\hat{O}B''$ چقدر است؟

(پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $\Delta A''B''C''$ را تصویر ΔABC دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

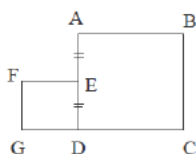


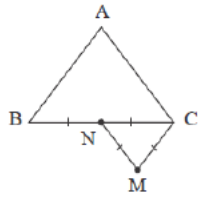
۴۳- ترکیب یک تجانس با مرکز O و یک انتقال چه تبدیلی است؟

۴۴- تصویر یک خط تحت یک تبدیل بر همان خط منطبق است. این تبدیل چه تبدیل‌هایی می‌تواند باشد؟

۴۵- مطابق شکل $ABCD$ و $EFGD$ مربع هستند و E وسط AD است. با ترکیب کدام تبدیل‌ها،

$ABCD$ تصویر $EFGD$ است؟





۴۶- مطابق شکل با ترکیب کدام تبدیل‌ها مثلث متساوی‌الاضلاع ABC تصویر مثلث متساوی‌الاضلاع MNC است؟

۴۷- ترکیب یک دوران و یک انتقال کدام است؟

۴۸- خط d را نسبت به خط Δ بازتاب می‌کنیم تا خط d' به دست آید. خط d' را تحت یک انتقال به

خط d'' تبدیل می‌کنیم. اگر زاویه بین d و Δ را α بنامیم. زاویه بین d و d'' کدام است؟

۴۹- خط d را نسبت به مرکز O تحت زاویه α دوران می‌دهیم تا خط d' به دست آید و دوران یافته

d' به مرکز O' و تحت زاویه β را d'' می‌نامیم. زاویه بین d و d' کدام است؟ (هر دو دوران پادساعتگرد است)

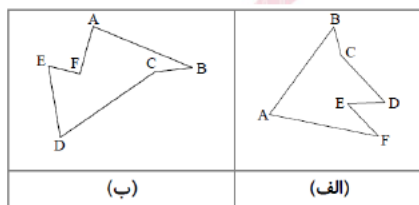
۵۰- خط d را نسبت به خط Δ بازتاب می‌کنیم تا خط d' به دست آید. d' را تحت زاویه α و به

مرکز O دوران می‌دهیم تا خط d'' به دست آید. اگر زاویه بین d و d' برابر β باشد، زاویه بین d و d'' کدام است؟ (دوران در جهت ساعتگرد است)

درس دوم: کاربرد تبدیل‌ها

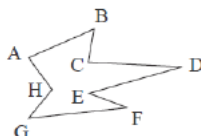
۵۱- دور زمین‌هایی مطابق شکل، حصارکشی شده است. چطور می‌توان بدون کم و زیاد کردن

حصارها، مساحت زمین را افزایش داد؟



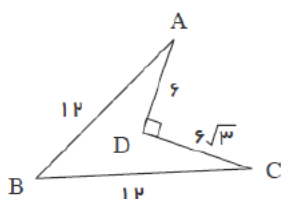
۵۲- می‌خواهیم با حفظ محیط این چندضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم. از چه تبدیلی استفاده

می‌کنیم؟

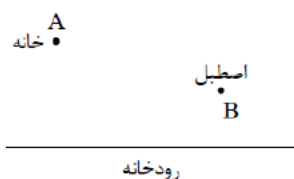


۵۳- مطابق شکل اگر بخوایم بدون تغییر محیط، مساحت چهارضلعی را افزایش دهیم، مقدار

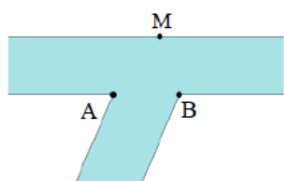
افزایش مساحت جدید چقدر است؟



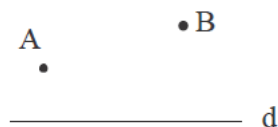
۵۴- مردی می‌خواهد برای برداشتن آب، از خانه به ساحل رودخانه‌ای که لبه مستقیمی دارد برود و سپس آب را اصطبل‌ای که در همان سمت رودخانه است، ببرد. او از کدام نقطه ساحل آب بردارد تا مسافتی که طی می‌کند، کمترین مقدار ممکن باشد؟ توضیح دهید.



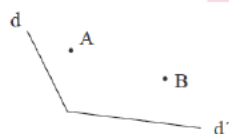
۵۵- می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها، ۳ اسکله بسازیم. جای ۲ اسکله A و B مطابق شکل مشخص است. اسکله M را در چه نقطه‌ای از ساحل رودخانه بسازیم که قایق‌ها هنگام طی مسیر MABM کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند؟



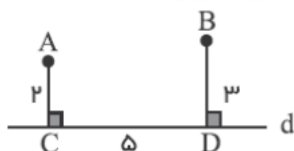
۵۶- مطابق شکل برای یافتن نقطه M روی خط d که طول مسیر AMB کمترین باشد، از کدام تبدیل استفاده کنیم؟



۵۷- مطابق شکل برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین A و B از طریق یافتن نقاط M و N بر d و d' از کدام تبدیل و چند بار استفاده می‌کنیم؟

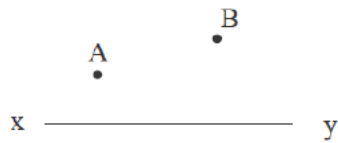


۵۸- مطابق شکل $CD = 5$ است. نقطه M روی d قرار دارد به طوری که مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر است. طول این مسیر کدام است؟



۵۹- نقطه M درون زاویه xOy قرار دارد. می‌خواهیم A و B را بر Ox و Oy بیابیم که محیط ΔMAB کمترین مقدار ممکن باشد. کدام تبدیل استفاده می‌شود؟

۶۰- مطابق شکل می‌خواهیم نقطه M را بر xy بیابیم که $\widehat{BM}y = \widehat{AM}x$ باشد. از کدام تبدیل استفاده می‌کنیم؟



۶۱- خط d و دایره C داده شده‌اند. از نقطه M خطی بگذرانید که d را در نقطه N و دایره را در نقطه P قطع کند و $MN = 2MP$ باشد. (راهنمایی: از M بر d عمود کرده و به اندازه نصف آن از طرف M ادامه دهید)

