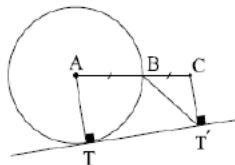


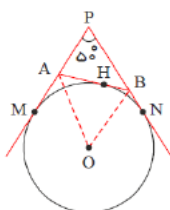
سوالات تشریحی هندسه یازدهم ریاضی - فصل اول

درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره

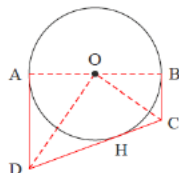
۱- در دایره مقابل $AB = BC$ است. ثابت کنید: $\widehat{BT'C} = 3\widehat{AB}$



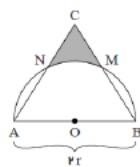
۲- در دایره مقابل به مرکز O، اندازه زاویه AOB چند درجه است؟



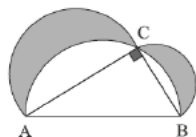
۳- در شکل مقابل O مرکز دایره است. ثابت کنید $\widehat{C\hat{O}D} = 90^\circ$.



۴- در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الاضلاع است. مساحت قسمت هاشورزده چقدر است؟

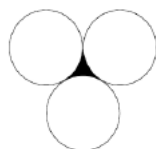


۵- در شکل مقابل بر اضلاع قائمه الزویه ABC، دو نیم دایره قرار دارد. نسبت مجموع دو ناحیه هاشورخورده به مساحت مثلث ABC چقدر است؟



۶- اگر طول یک کمان 60° از دایره C_1 با طول کمان 45° از دایره C_2 برابر باشد، آنگاه نسبت به مساحت دایره C_1 به مساحت دایره C_2 چقدر است؟

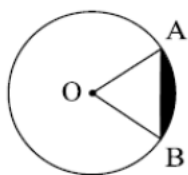
۷- سه دایره، هر کدام به شعاع یک، دو به دو بر هم مماس خارجی هستند، مساحت ناحیه محصور



بین این سه دایره چقدر است؟

۸- به مرکز O و به شعاع R دایره‌ای رسم شده است که از A و B می‌گذرد. مثلث OAB متساوی-

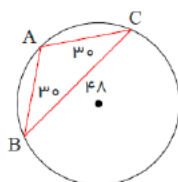
الاضلاع است، مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



۹- از نقطه P دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ای به شعاع ۲ رسم شده است، سطح بین دو مماس و محیط دایره چقدر است؟

۱۰- دو رأس یک مربع روی محیط یک دایره و یک ضلع مربع مماس بر این دایره است. اگر طول ضلع مربع ۱۲ واحد باشد، اندازه شعاع دایره را به دست آورید.

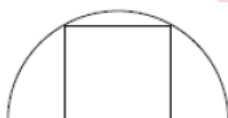
۱۱- در شکل مقابل شعاع دایره چقدر است؟



۱۲- در دایره با شعاع ۱۲، طول وتری که عمود منصف یک شعاع باشد، چقدر است؟

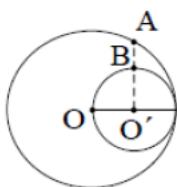
۱۳- مساحت ناحیه واقع بین دو دایره هم‌مرکز $\frac{25\pi}{3}$ سانتی‌متر مربع است، طول وتری از دایره بزرگ‌تر که بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، بر حسب سانتی‌متر کدام است؟

۱۴- در شکل مقابل شعاع نیم‌دایره $7/5$ سانتی‌متر است، مساحت مربع محاط در نیم‌دایره چند سانتی‌متر مربع است؟



۱۵- در شکل زیر O مرکز دایره بزرگ و O' مرکز دایره کوچک و AB عمود بر OO' و طول AB

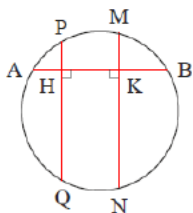
برابر $3(3 - \sqrt{3})$ سانتی‌متر است، شعاع دایره بزرگ چند سانتی‌متر است؟



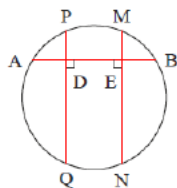
۱۶- نقطه A درون دایره است. کوچک‌ترین وتر گذرنده از A را رسم کنید.

۱۷- مطابق شکل $\widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ$ و $BK > AH$ است.

ثابت کنید: $MN > PQ$.

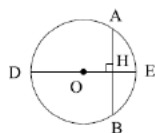


۱۸- در شکل مقابل $AD = BE$ است. اگر $\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$ باشد، ثابت کنید $PQ = MN$.



۱۹- قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های

نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

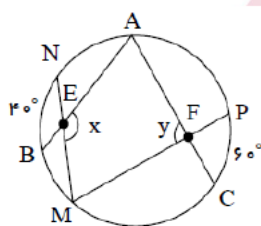


۲۰- قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آن که بزرگ‌تر است، به مرکز دایره

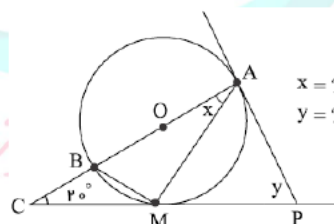
نزدیک‌تر است، و بالعکس.

۲۱- ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی با هم برابرند.

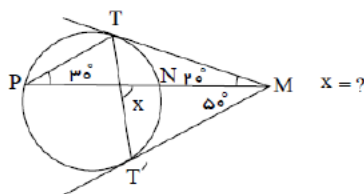
۲۲- در شکل‌های زیر، مقادیر خواسته‌شده را محاسبه کنید.



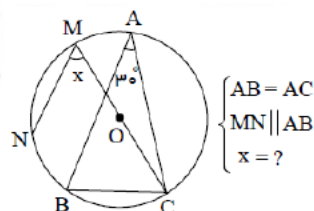
(الف)



(ب)

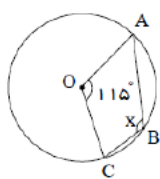


(ت)

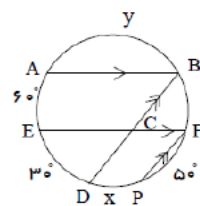


(پ)

۲۳- در شکل مقابل مقادیر مجهول را بیابید.



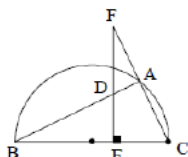
(الف)



ب:

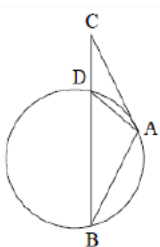
۲۴- در شکل مقابل $\widehat{E} = 90^\circ$ و BC قطر نیم دایره است. ثابت کنید نقاط A و E و B و F روی یک

دایره هستند.

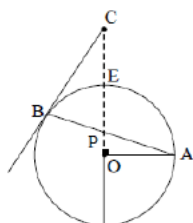


۲۵- در شکل مقابل AC در نقطه A بر دایره مماس بوده و $AC = AB$ است. ثابت

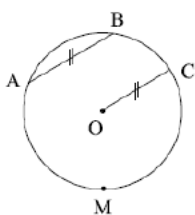
کنید: $AD = DC$



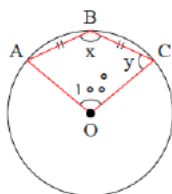
۲۶- در دایره مقابل به مرکز O ثابت کنید: $BC = CP$



۲۷- در شکل مقابل O مرکز دایره و $AB \parallel OC$ و $AB = OC$ است. اندازه کمان $\widehat{AMC}$ چقدر است؟

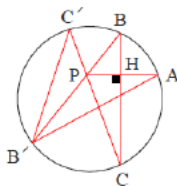


۲۸- در دایره مقابل به مرکز O، حاصل $x + y$ چند درجه است؟

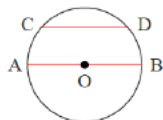


۲۹- در شکل مقابل BC عمود منصف AP است. اگر $\widehat{PCH} = \alpha$ باشد، اندازه زاویه $BB'A$ را

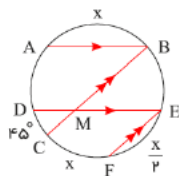
بر حسب α بیابید.



۳۰- در دایره $C(O, R)$ مقابل، $AB \parallel CD$ و $\widehat{CD} = 2\widehat{AC}$ است. اندازه زاویه $\widehat{DCB}$ چقدر است؟

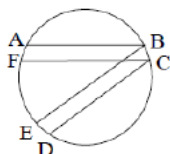


۳۱- در شکل مقابل مقدار x را به دست آورید.



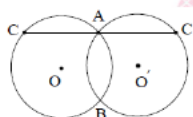
۳۲- در شکل مقابل اگر $AB \parallel FC$ و $CD \parallel BE$ و $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $\widehat{CD} = 40^\circ$ و $\widehat{EF} = 110^\circ$ باشد،

آنگاه اندازه زاویه $\widehat{FCD}$ را بیابید.



۳۳- در شکل مقابل دو دایره مساوی متقاطع اند. قاطع دلخواه CAC' را رسم می کنیم. مثلث CBC'

چگونه است؟



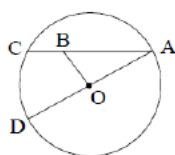
۳۴- در دایره مقابل $AB = AC = 12$ و وتر AD با BC در E برخورد کرده، طوری که $AE = 8$

است. طول پاره خط AD چقدر است؟

۳۵- در دایره ای به مرکز O، قطر AD، وتر AC و نقطه B بر این وتر، چنان انتخاب شده اند که هر

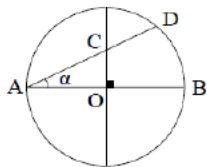
یک از زوایای $\widehat{ABO}$ و $\widehat{COD}$ به اندازه 60° هستند. اگر $OB = 5\text{cm}$ آنگاه طول وتر AC چقدر

است؟



۳۶- روی دایره‌ای به قطر AB و به مرکز O نقطه C طوری قرار دارد که زاویه $\widehat{BOC}$ برابر 60° است، اگر قطر دایره ۵ سانتی‌متر باشد، طول وتر AC بر حسب سانتی‌متر چقدر است؟

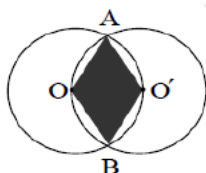
۳۷- در شکل مقابل دو قطر دایره عمود بر هم هستند، نسبت $\frac{CD}{CA}$ چقدر است؟



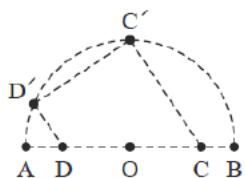
۳۸- سه دایره مساوی به شعاع R مطابق شکل بر هم مماس‌اند و مراکز آن‌ها روی یک خط راست، قرار دارد. مساحت نواحی رنگ شده چقدر است؟



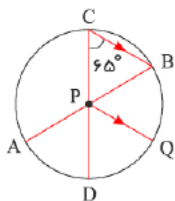
۳۹- دو دایره متساوی $C(O, R)$ و $C'(O', R)$ در نقاط A و B متقاطع‌اند و هر یک از آن‌ها از مرکز دایره دیگر می‌گذرد. مساحت رنگ‌شده چقدر است؟



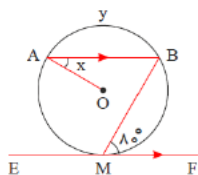
۴۰- در شکل مقابل $OC = OD$ و $DD' \parallel CC'$ است. ثابت کنید DD' بر $C'D'$ عمود است.



۴۱- P مرکز دایره است و $BC \parallel PQ$. اگر $\widehat{BCP} = 65^\circ$ باشد، اندازه کمان‌های $\widehat{BQ}$ و $\widehat{AD}$ را حساب کنید.

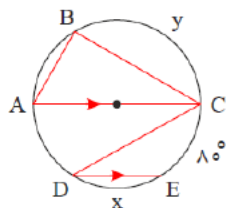


۴۲- در شکل مقابل $AB \parallel EF$ و پاره‌خط EF در نقطه M بر دایره مماس است. مقادیر مجهول x و y را حساب کنید.

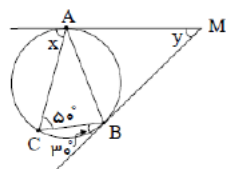


۴۳- در شکل مقابل DE موازی قطر AC بوده و $BC = CD$ است. مقادیر مجهول x و y چند درجه

است؟

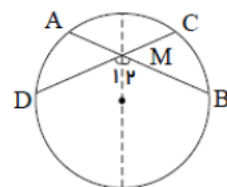


۴۴- در دایره مقابل، مقادیر x و y را محاسبه کنید.



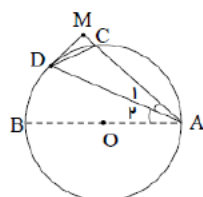
۴۵- در شکل مقابل دو وتر AB و CD مساوی‌اند. ثابت کنید قطر گذرنده از

M ، نیمساز زاویه M است.

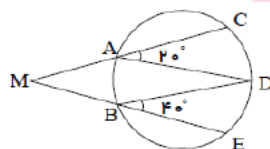


۴۶- در شکل مقابل $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و DM در نقطه D بر دایره مماس است. ثابت کنید: $\hat{M} = 90^\circ$ و

$$\hat{ACD} - \hat{A}_1 = 90^\circ$$

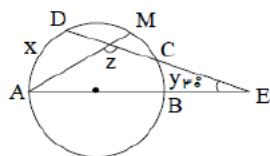


۴۷- در دایره مقابل، اندازه $\hat{M} + \hat{D}$ چقدر است؟

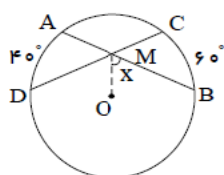


۴۸- در دایره مقابل، AB قطر، $\overline{AD} = \overline{DC} = x$ و M وسط کمان DC است. حاصل $x + y + z$

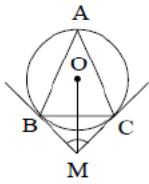
چقدر است؟



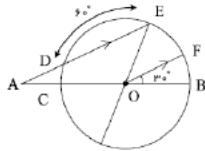
۴۹- در شکل مقابل دو وتر AB و CD مساوی‌اند. اگر O مرکز دایره باشد، زاویه x کدام است؟



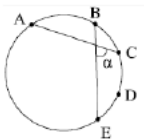
۵۰- در شکل مقابل MB و MC مماس بر دایره، $AB = AC$ و $\widehat{AC} = 140^\circ$ است. زاویه OMC چقدر است؟



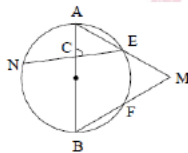
۵۱- در شکل روبه‌رو، BC قطر و $AE \parallel OF$ است. اندازه کمان DC چقدر است؟



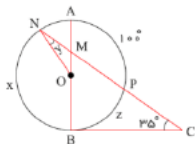
۵۲- نقاط A, B, C, D, E پنج رأس متوالی هشت ضلعی منتظم است. α چند درجه است؟



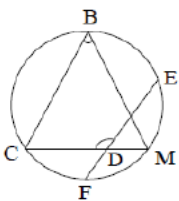
۵۳- در شکل زیر AB قطر دایره و $EA = BF$ است. $\widehat{M} = 56^\circ$ و N نقطه وسط کمان AB باشد، زاویه C چند درجه است؟



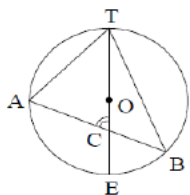
۵۴- در شکل مقابل، AB قطر دایره است. حاصل $x + y + z$ چقدر است؟



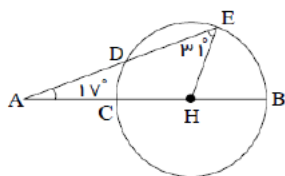
۵۵- در شکل مقابل M وسط کمان EF است و $\widehat{BC} = 50^\circ$ ، اندازه $\widehat{B} + \widehat{D}$ چند درجه است؟



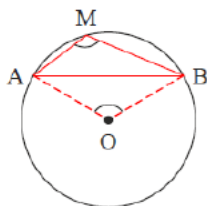
۵۶- در شکل مقابل O مرکز دایره، $\widehat{A} = 65^\circ$ و $\widehat{B} = 35^\circ$ است. زاویه C چند درجه است؟



۵۷- در شکل مقابل $\hat{A} = 17^\circ$ و $\hat{E} = 31^\circ$ و H وسط قطر CB می باشد. کمان $\widehat{CD}$ چند درجه است؟



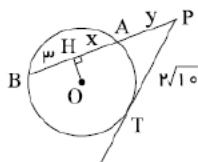
۵۸- در شکل مقابل O مرکز دایره است و داریم: $\widehat{AOB} = \widehat{AMB}$. اندازه زاویه AMB را محاسبه کنید.



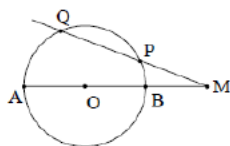
۵۹- قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.

درس دوم: رابطه های طولی در دایره

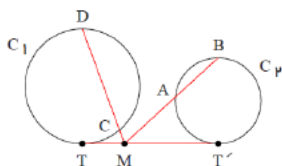
۶۰- در دایره مقابل به مرکز O، اندازه $x + y$ چقدر است؟



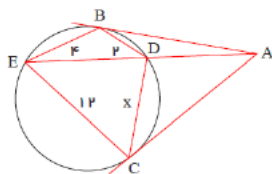
۶۱- در دایره $C(0, 2)$ شکل مقابل، می دانیم $AO = OB = BM = 2PQ$ ، اندازه MP چقدر است؟



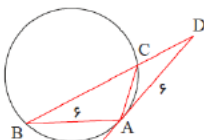
۶۲- در شکل مقابل T و T' نقاط تماس هستند. اگر $TM = \frac{1}{3}MT'$ باشد حاصل $\frac{MA \cdot MB}{MC \cdot MD}$ چقدر است؟



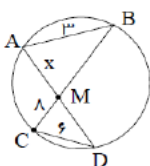
۶۳- در شکل مقابل B و C نقاط تماس هستند. مقدار x چقدر است؟



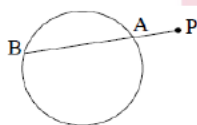
۶۴- در شکل مقابل AD بر دایره مماس بوده و $AB = AD = 6$ است. اگر محیط مثلث ABC برابر با ۱۶ باشد، اندازه BC چقدر است؟



۶۵- در دایره مقابل x مقدار x چقدر است؟

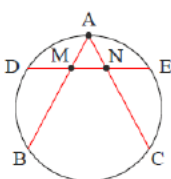


۶۶- در شکل مقابل $PA = 5$ و $AB = 3$ و شعاع دایره برابر ۴ واحد است. فاصله نقطه P تا مرکز دایره چقدر است؟

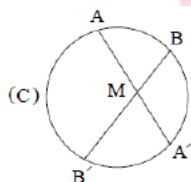


۶۷- نقطه C بر روی وتر AB به طول وتر ۹ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است، طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده بر نقطه C از این دایره چقدر است؟

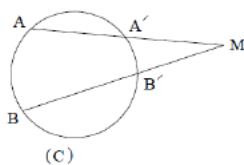
۶۸- مطابق شکل داریم: $AM = AN$ و $DM = MN = NE$. ثابت کنید: $BM = CN$.



۶۹- قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$



۷۰- ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA' و BB' از دایره (C) یکدیگر را در نقطه M قطع کنند

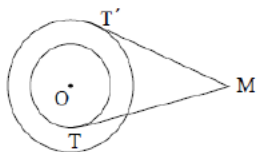


آنگاه: $MA \times MA' = MB \times MB'$

۷۱- دو دایره هم مرکز به شعاع‌های R و $3R$ مفروض هستند. مطابق شکل، از نقطه M دو مماس

MT و MT' بر دو دایره رسم شده است. اگر $MT' = 2R$ باشد، MT

چند است؟

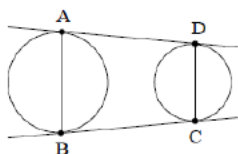


۷۲- در مثلث قائم الزاویه ABC دایره‌ای بر A و B می‌گذرانیم، به قسمتی که در B بر وتر مثلث

مماس شده و دایره‌ای هم بر C و A عبور می‌دهیم تا در C بر وتر مثلث مماس شود. ثابت کنید که

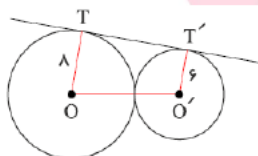
این دو دایره مماس خارج‌اند.

۷۳- در شکل مقابل ثابت کنید: $AB \parallel CD$



۷۴- در شکل روبه‌رو دو دایره به شعاع‌های ۶ و ۸ مماس خارج و TT' مماس مشترک خارجی

آنهاست. محیط و مساحت $OTT'O'$ چقدر می‌شود؟

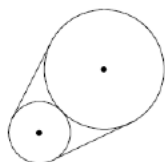


۷۵- دو دایره C و C' به مرکزهای O و O' به شعاع‌های ۳ و ۵ و طول خط‌المركزین $OO' = 11$

مفروض است. چند خط می‌توان رسم کرد که از O و O' به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۵ باشد؟

۷۶- دو تیر استوانه‌ای به قطرهای ۶ و ۱۸ سانتی‌متر مطابق شکل، کنار یکدیگر قرار گرفته و با سیم

به هم بسته شده است. طول سیم که دور آنها می‌پیچد؛ چقدر است؟

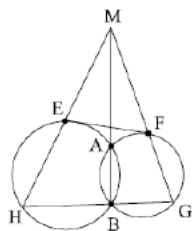


۷۷- دو دایره مماس خارج به شعاع‌های $R_1 = 8$ و $R_2 = 2$ مفروض هستند؛ اگر TT' مماس

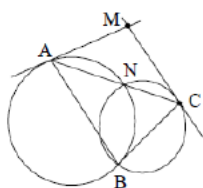
مشترک و O و O' مراکز دو دایره باشند، مساحت چهارضلعی $OO'T'T$ چقدر است؟

درس سوم: چند ضلعی‌های محاطی و محیطی

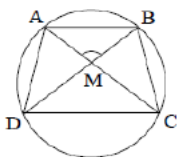
۷۸- در شکل زیر، دو دایره در نقاط A و B متقاطع‌اند و M نقطه‌ای بر امتداد پاره خط AB است. اگر دو قاطع دلخواه MH و MG را رسم کنیم، چهارضلعی EFGH همواره:



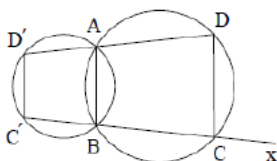
۷۹- در شکل مقابل پاره خط AC از N می‌گذرد. اگر MA و MC در دایره‌ها مماس باشند، آنگاه ثابت کنید MABC محاطی است.



۸۰- دوزنقه متساوی‌الساقین محاط در دایره مفروض است. اگر بین کمان‌های متناظر با قاعده کوچک، بزرگ و ساق آن رابطه $\widehat{DC} = 2\widehat{AB} = 2\widehat{BC}$ برقرار باشد، آنگاه زاویه بین امتداد ساق‌های دوزنقه چقدر است؟



۸۱- از نقاط A و B نقاط تقاطع دو دایره O و O' دو قاطع چنان رسم کرده‌ایم که دایره O را در D و C و دایره O' را در نقاط D' و C' قطع کرده‌اند. نوع چهارضلعی DCC'D' چیست؟



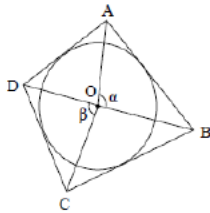
۸۲- در مثلث ABC، نیمسازهای زاویه‌های خارجی B و C، یکدیگر را در نقطه M قطع می‌کنند. اگر O محل هم‌رسی نیمسازهای داخلی باشد، نوع چهارضلعی BOCM چیست؟

۸۳- در یک مثلث مختلف الاضلاع اوساط اضلاع و پیا یک ارتفاع رئوس یک چهارضلعی هستند. نوع این چهارضلعی چیست؟

۸۴- در چهارضلعی محاطی نیمساز زاویه خارجی A با نیمساز داخلی رأس مقابل C ، یکدیگر را در نقطه واقع بر کدام دایره قطع می کنند؟

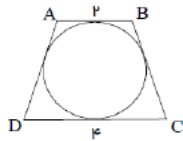
۸۵- یک دوزنقه متساوی الساقین، محیط بر دایره های به شعاع r است. اگر زاویه دوزنقه 120° باشد، مساحت دوزنقه چند برابر r^2 است؟

۸۶- چهارضلعی $ABCD$ محیطی است و O مرکز دایره است. ثابت کنید: $\alpha + \beta = 180^\circ$



۸۷- یک دوزنقه متساوی الساقین بر دایره های به شعاع $R = 3$ محیط است، اگر مساحت دوزنقه ۴۵ واحد مربع باشد، طول ساق آن چقدر است؟

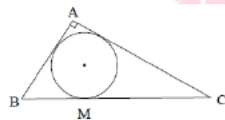
۸۸- در شکل مقابل دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ بر دایره محیط شده است، مساحت آن چند است؟



۸۹- دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ ($AD = BC$) بر دایره های به شعاع R محیط است، ثابت کنید رابطه $AB \times CD = 4R^2$ صحیح است.

۹۰- در مثلث متساوی الاضلاع مجموع شعاع دایره محاطی داخلی با شعاع های ۳ دایره محاطی خارجی، چند برابر طول شعاع دایره محیطی است؟

۹۱- در مثلث قائم الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $BC = 10$ است. اگر دایره محاطی داخلی این مثلث در نقطه M به فاصله ۴ واحد از رأس B بر ضلع BC مماس باشد، طول شعاع دایره محاطی چقدر است؟



۹۲- شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی با اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ چقدر است؟

۹۳- در مثلثی به طول اضلاع ۷ و ۵ و ۳ واحد، دایره محاطی خارجی بر ضلع متوسط و امتداد دو ضلع دیگر مماس است. نقطه تماس، ضلع متوسط را به چه نسبتی تقسیم می کند؟

۹۴- در دایره‌ای به مساحت $4\pi\sqrt{3}$ مثلث متساوی‌الاضلاعی محاط شده است، مساحت مثلث چقدر است؟

۹۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع مساحت دایره محیطی چند برابر مساحت دایره محاطی داخلی است؟

۹۶- شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ چقدر است؟

۹۷- در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $\sqrt{3}$ واحد، طول خط‌المرکزین دو دایره محیطی و محاطی خارجی آن چقدر است؟

۹۸- شش ضلعی منتظم ABCDEF مفروض است. با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی، مطابق شکل، مثلث MNP را ساخته‌ایم.

الف) نشان دهید MNP متساوی‌الاضلاع است.

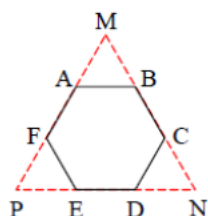
ب) نشان دهید مساحت شش ضلعی، دو سوم مساحت مثلث MNP است.

پ) از نقطه دلخواه T درون شش ضلعی عمودهای TH, TH' و TH'' را به ترتیب بر ED, BC و AF رسم کنید. با توجه به آنچه از هندسه پایه ۱ می‌دانید، مجموع طول‌های این سه عمود با کدام جزء از مثلث MNP برابر است؟

ت) مجموع مساحت‌های مثلث‌های TDE, TBC و TAF چه کسری از مساحت مثلث MNP است؟

نشان دهید:

$$S_{TBC} + S_{TDE} + S_{TAF} = S_{TAB} + S_{TEF} + S_{TCD}$$



گروه آموزشی بیست و شو

WWW.20SHOO.IR