

سوالات تشریحی آمار و احتمال یازدهم ریاضی - فصل دوم

درس اول: مبانی احتمال

- ۱- در یک باغ سیب نوع سیب‌ها را با سه معیار مورد سنجش قرار می‌دهند: مزه، سایز و رنگ. ما برای سادگی کیفیت سیب‌ها را به این شکل خلاصه می‌کنیم: آیا مزه آن‌ها ترش، شیرین یا ملس است؟
آیا اندازه آن‌ها کوچک، متوسط یا بزرگ است؟ آیا رنگ آن‌ها سبز یا قرمز است؟ برای کیفیت سیب‌ها در این نوع باغ، فضای نمونه‌ای را به صورت حاصل ضرب دکارتی چند مجموعه بنویسید. فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟
- ۲- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج آمد دوباره تاس می‌ریزیم و اگر فرد آمد دو بار سکه پرتاب می‌کنیم. نمودار درختی فضای نمونه‌ای را رسم کنید. پیشامد آن را بنویسید که سکه ۲ بار پشت بیاید.
- ۳- دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس می‌ریزیم. مطلوب است:
الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی
ب) پیشامد A که در آن دقیقاً هر دو سکه پشت و عدد تاس کوچک‌تر از ۳ باشد.
ج) پیشامد B که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.
- ۴- با حروف «Flower»، و بدون تکرار حروف، کلمات ۶ حرفی نوشته‌ایم. چقدر احتمال دارد:
الف) در این کلمات حروف F و w کنار هم باشند؟
ب) انتهای کلمات شامل wer باشد؟
پ) اول کلمات با F شروع و به e ختم شوند؟
- ۵- یک خانواده ۳ فرزند دارد.
الف) احتمال آنکه حداقل ۲ فرزند دختر داشته باشد را تعیین کنید.
ب) احتمال اینکه حداکثر یک پسر داشته باشد.

- ۶- یک سکه را دست کم چند بار پرتاب کنیم تا احتمال وقوع دست کم ۱ خط بیشتر از 0.97 باشد؟
- ۷- با کدام احتمال رقم طبیعی سمت راست پلاک اتومبیلی که از بزرگراه خارج می شود، از ۴ بیشتر نیست یا مضرب ۳ است؟
- ۸- اگر یک عدد ۳ رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ به وجود آید، احتمال اینکه این عدد زوج باشد، چقدر است؟
- ۹- احتمال اینکه روز تولد ۳ نفر در روزهای مختلف هفته باشد، چقدر است؟
- ۱۰- اگر یک عدد چهاررقمی (بدون تکرار) کمتر از ۵۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۷ به وجود آید احتمال آنکه بر ۵ بخش پذیر باشد، چقدر است؟
- ۱۱- ۱۱ تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم. احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده زوج باشد چقدر است؟
- ۱۲- قرار است طی ۶ روز کاری هفته، ۴ نفر به شرکتی مراجعه کنند. با کدام احتمال حداقل دو نفر آن ها در یک روز به شرکت مراجعه می کنند؟
- ۱۳- حروف کلمه ATAXIA را بریده و به طور تصادفی کنار هم قرار می دهیم. با کدام احتمال هر ۳ حرف A کنار هم قرار می گیرند؟
- ۱۴- پدر و مادر و چهار فرزند آن ها در صف می ایستند. چقدر احتمال دارد که پدر و مادر کنار هم ایستاده باشند؟
- ۱۵- از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 1000\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این عدد نه بر ۳ بخش پذیر است و نه بر ۷؟
- ۱۶- از مجموعه $\{201, 202, 203, \dots, 500\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این عدد نه مضرب ۴ است و نه مضرب ۵؟
- ۱۷- از مجموعه اعداد طبیعی $\{1, 2, 3, \dots, 300\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۷ بخش پذیر است و بر ۱۱ بخش پذیر نیست؟

۱۸- در مدرسه‌ای احتمال آنکه دانش‌آموزی عضو تیم والیبال باشد، $0/24$ و عضو تیم هندبال باشد، 33% است و احتمال آن که دانش‌آموز حداقل عضو یکی از تیم‌ها باشد 39% است. احتمال آن که دانش‌آموز عضو هر دو تیم باشد را به دست آورید؟

۱۹- آمار نشان می‌دهد که در یکی از شهرهای بزرگ 20% جرائم در طول روز و 18% جرائم در درون شهر صورت می‌گیرد. اگر تنها 10% جرائم در حومه شهر و در طول روز اتفاق بیفتند در این صورت چند درصد جرم‌ها درون شهر و در طول شب رخ می‌دهند؟

۲۰- برای دو پیشامد دل‌خواه A و B ثابت کنید.

$$P(A \cap B') = 1$$

۲۱- از بین اعداد کوچک‌تر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم مشخص کنید:

الف) پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول یا مضرب ۳ باشد.

ب) پیشامد B که در آن عدد انتخابی اول و مضرب ۳ باشد.

ج) $A' \cap B$

۲۲- یک شرکت ۵۰ کارمند دارد که ۳۲ نفر از آن‌ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق‌لیسانس هستند. اگر در این شرکت ۱۱ مرد با مدرک فوق‌لیسانس داشته باشیم، احتمال آنکه یک نفر از بین کارمندان به تصادف انتخاب شود و این فرد مرد بوده یا مدرک فوق‌لیسانس داشته باشد، چقدر است؟

۲۳- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند $P(A \cap B')$ را به ساده‌ترین شکل بنویسید. (بر حسب اشتراک دو پیشامد)

۲۴- تعداد مسافران در یک هتل ۷۲ نفر است. که ۲۳ نفر آن‌ها تاجر و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. ۸ نفر از این تاجران برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر فردی به تصادف از بین آنان انتخاب شود با چه احتمالی این فرد نه تاجر است و نه برای اولی بار سفر کرده است؟

۲۵- از مجموعه اعداد $\{100, 101, 102, \dots, 600\}$ عددی به تصادف انتخاب شده است. با چه احتمالی این عدد مضرب ۴ یا مضرب ۹ می‌تواند باشد؟

۲۶- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ثابت کنید.

$$P(A \cap B) \geq$$

۲۷- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ ، $P(A - B)$ را به دست آورید.

درس دوم: احتمال غیرهم‌شانس

۲۸- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی باشد، به طوری که $P(\{a, b\}) = 2P(\{b, d\})$ و نیز $P(\{b\}) = \frac{1}{6}$ ، احتمال وقوع پیشامد $\{d\}$ کدام است؟

۲۹- اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$ باشد، مقدار $P(1)$ چقدر است؟

۳۰- یک سکه غیرسالم را دوبار پرتاب می‌کنیم. اگر احتمال اینکه هر دو بار سکه پشت بیاید $\frac{9}{25}$ باشد احتمال آن که در ۳ بار پرتاب این سکه اولی پشت و دوبار دیگر رو بیاید چقدر است؟

۳۱- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک پرتاب احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟

۳۲- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه‌ای باشد، و داشته باشیم:

$$P(a) = 2P(b)$$

مطلوب است $P(b), P(a')$

۳۳- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $P(b) = \frac{1}{3}$ و $P(\{b, d\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه $P(a)$ را به دست آورید.

۳۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عدد بزرگتر از سه باشد، $P(A)$ را بیابید.

۳۵- سه نفر در یک مسابقه شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین $\frac{1}{3}$ احتمال برد رضا باشد، احتمال آنکه حسین یا رضا برنده شوند چقدر است؟

۳۶- تاسی به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد فرد سه برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس پیشامد $A = \{2, 3\}$ باشد، $P(A)$ را بیابید.

درس سوم: احتمال شرطی

۳۷- در جدول زیر، آمار دانشجویان پسر (B) و دختر (G) برحسب رشته پزشکی (D) و مهندس (E) داده شده است. حاصل $P(B|E) + P(D|G)$ را بیابید.

	۶۰	۲۰
	۲۰	۹۰

۳۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = ۰.۲$ و $P(B) = ۰.۲۲$ و $P(A|B) = ۰.۷$ ، آنگاه $P(A'|B')$ چقدر است؟

۳۹- اگر $P(A) = ۰.۳$ و $P(B) = ۰.۶$ و $P(A' \cup B') = ۰.۸۲$ ، آنگاه $P(A|B)$ چقدر است؟

۴۰- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $A \subset B$ و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ ، آنگاه $P(B|A')$ چقدر است؟

۴۱- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S به طوری که $P(A) = ۰.۲$ و $P(B) = ۰.۲۲$ و $P(B|A) = ۰.۷$ باشد، حاصل $P(B'|A')$ چند است؟

۴۲- احتمال زنده ماندن در یک عمل پیوند عضو برابر ۰.۵ است. اگر بیماری پس از عمل زنده باشد احتمال اینکه بدن او در طول یک ماه پیوند را قبول نکند و بمیرد ۰.۲ است. احتمال زنده ماندن یک بیماری پیوندی پس از این دو مرحله چقدر است؟

۴۳- احتمال آنکه شاگرد اول سال آخر رشته ریاضی در دبیرستانی در کنکور قبول شود ۰.۸ است. با توجه به سوابق تحصیلی علی در این دبیرستان احتمال اینکه او در این دبیرستان شاگرد اول شود و هم در کنکور قبول شود را به دست آورید. (احتمال شاگرد اول شدن علی قطعی است.)

۴۴- در توزیع کارمندان یک اداره مطابق جدول زیر اگر فردی به تصادف انتخاب کنیم با کدام احتمال کارمند مرد انتخاب شده با تحصیلات دانشگاهی است؟

تحصیلات	زن	مرد
دانشگاهی	۱۰	۲۰
پایین تر از دانشگاهی	۸۰	۹۰

۴۵- در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم جمع دو عدد رو شده، کمتر از ۱۰ است. با چه احتمالی هر دو عدد رو شده فرد هستند؟

۴۶- در یک خانواده ۳ فرزند می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با چه احتمالی دو فرزند دیگر دختر هستند؟

۴۷- در یک خانواده ۳ فرزند با چه احتمالی حداقل دو فرزند دختر وجود دارد؟ (در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است.)

۴۸- در پرتاب دو تاس می‌دانیم فقط یکی از تاس‌ها مربع کامل است. احتمال اینکه مجموع دو عدد بیشتر از ۷ باشد چقدر است.

۴۹- در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر فوتبالیست هستند. دو نفر از دانش‌آموزان را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر اولی فوتبالیست باشد، احتمال اینکه دومی نیز فوتبالیست باشد چقدر است؟

۵۰- ۵ مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و همچنین ۵ مهره سیاه با شماره‌های ۱ تا ۵ یکسان را در ظرفی قرار می‌دهیم. به تصادف ۲ مهره از بین آن‌ها بیرون می‌آوریم. اگر مجموع شماره‌های دو مهره ۶ باشد با چه احتمالی دو مهره هم‌رنگ هستند؟

۵۱- در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم جمع دو عدد رو شده کمتر از ۱۰ است با چه احتمالی هر دو عدد رو شده فرد هستند؟

۵۲- دو تاس را می‌ریزیم. اگر مجموع ۸ باشد، با چه احتمالی هر دو اول‌اند؟

۵۳- جعبه‌ای شامل ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است متوالیاً و بدون جای‌گذاری دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم.

الف) اگر مهره اول سیاه باشد، احتمال اینکه دومین مهره هم سیاه باشد چقدر است.

ب) احتمال آنکه مهره دوم هم‌رنگ اولی باشد.

۵۴- دو جعبه داریم در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در جعبه دوم قرار می‌دهیم. آن گاه از جعبه دوم یک مهره برمی‌داریم. اگر مهره سفید باشد با چه احتمالی از جعبه اول انتخاب می‌شود.

۵۵- یک شرکت بسته بندی کالا، درصد محصولات تولیدی، با سه دستگاه A و B و C به ترتیب ۳۰ و ۴۵ و ۲۵ است. می دانیم یک درصد محصولات A و دو درصد محصولات B و ۴ درصد محصولات C معیوب هستند. اگر یک کالا به تصادف از بین محصولات انتخاب کنیم احتمال سالم بودن آن کدام است؟

۵۶- دو ظرف همانند، اولی دارای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و دومی دارای ۶ مهره سفید و ۸ مهره سیاه است. با چشم بسته یکی از دو ظرف را اختیار کرده و مهره ای از آن بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟

۵۷- احتمال انتقال نوعی بیماری از مادر به فرزند دختر $\frac{1}{3}$ و همین احتمال برای فرزند پسر $\frac{2}{5}$ است. اگر مادر بیمار، فرزندی به دنیا آورد با چه احتمالی این فرزند سالم است؟

۵۸- احتمال بسته بودن در یک اتاق $\frac{1}{4}$ است. می دانیم از بین ۱۲ کلید موجود فقط یکی درب را باز می کند. اگر شخصی ۳ کلید بردارد با چه احتمالی می تواند وارد اتاق شود؟

۵۹- سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر رو بیاید تاس را می اندازیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم می ریزیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟

۶۰- احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می آید سالم است؟

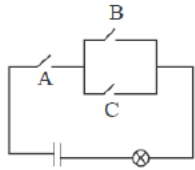
۶۱- لغت «سختی» یا «شدت» را آمریکایی ها به صورت *rigor* و انگلیسی ها به صورت *rigour* می نویسند. مردی که در یک هتل اقامت دارد این لغت را می نویسد. یکی از حروف آن را به تصادف انتخاب کرده و مشاهده می کنیم که حرف صدادر است. اگر ۴۰٪ افراد ساکن هتل، انگلیسی و ۶۰ درصد آمریکایی باشند، احتمال اینکه نویسنده انگلیسی باشد چقدر است؟

درس چهارم: پیشامدهای مستقل و وابسته

۶۲- اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، $P(B')$ را حساب کنید.

۶۳- احتمال قبولی دو دوست در کنکور امسال به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$ است. احتمال آن که فقط یکی از آن ها قبول شود چقدر است؟

۶۴- در مدار شکل زیر، احتمال بسته بودن کلیدهای A و B و C به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ است. احتمال آنکه جریان در مدار برقرار شود چقدر است؟



۶۵- در یک خانواده ۱۰ فرزندی، احتمال اینکه فرزند سوم و ششم دختر باشند، چقدر است؟

۶۶- آزمونی شامل ۱۰ سؤال دو گزینه‌ای درست و غلط است. دانش‌آموزی به طور تصادفی به این سؤالات پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه دقیقاً به ۸ سؤال پاسخ درست بدهد را به دست آورید.

۶۷- اگر در پرتاب تاس A پیشامد رو شدن عدد کمتر از ۳ و B پیشامد رو شدن عدد اول باشد. آیا پیشامدهای A و B وابسته‌اند؟

۶۸- دو تاس را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا هر دو زوج بیایند. با چه احتمالی با کمتر از چهار پرتاب این اتفاق می‌افتد.

۶۹- سکه‌ای را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم با چه احتمالی سومین پشت در پرتاب مهم است.

۷۰- تاسی را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا عدد ۴ ظاهر شود احتمال پیشامد A که در آن اولین عدد ۴ در سومین پرتاب ظاهر شود.

۷۱- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند ثابت کنید A' و B' هم مستقل هستند.

۷۲- در کیسه‌ای ۴ مهره آبی، ۳ مهره قرمز و ۳ مهره سبز وجود دارد. ۳ مهره به صورت متوالی بدون جای‌گذاری از این ظرف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی مهره‌ها به ترتیب آبی، قرمز و سبز خواهند بود؟

۷۳- از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال آنکه این عدد به ۷ بخش‌پذیر باشد چقدر است؟

۷۴- ۱۰ نفر را در نظر می‌گیریم، احتمال اینکه روز تولید هیچ دو نفری از آن‌ها یک روز نباشد را به دست آورید. (سال ۳۶۵ روز است).

۷۵- از کیسه‌ای شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و یک مهره سفید دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مهره‌ها هم‌رنگ باشند چقدر است؟

۷۶- جعبه A شامل ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه، جعبه B شامل ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است.

از هر جعبه مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال اینکه هر دو از یک رنگ نباشند چقدر است؟

۷۷- در یک کیسه ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه موجود است. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم.

احتمال اینکه دو مهره هم‌رنگ نباشند چقدر است؟

۷۸- ۵ مهره سفید و ۵ مهره سیاه را در ظرفی ریخته‌ایم. به تصادف دو مهره از ظرف خارج می‌کنیم

با چه احتمالی هر دو مهره هم‌رنگ‌اند؟

۷۹- از هر ۴ گروه آزمایشی به ترتیب ۳ و ۳ و ۲ و ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمون هستند. اگر به

تصادف ۴ نفر از بین آنان معرفی شوند با کدام احتمال از هر گروه یک نفر معرفی شده‌اند؟

۸۰- برای انجام مسابقه‌ای ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده‌اند. اگر به

طور تصادفی ۴ نفر از بین آنان انتخاب شوند با چه احتمالی تعداد افراد انتخابی در این دو گروه

متفاوت است؟

۸۱- از بین ۴ دانش‌آموز سال اول و ۶ دانش‌آموز سال دوم ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم.

مطلوب است احتمال آنکه یک نفر سال اول و بقیه سال دوم باشند.

۸۲- کیسه‌ای شامل ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر ۴ مهره به تصادف از کیسه خارج شود،

مطلوب است احتمال آنکه:

الف) ۳ مهره سفید و یک مهره سیاه انتخاب شود.

ب) هر چهار مهره هم‌رنگ باشند.

۸۳- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی، پی‌درپی و

بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با چه احتمالی دو مهره با شماره فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

WWW.20SHOO.IR