



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

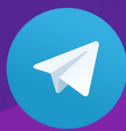
www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و شو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir

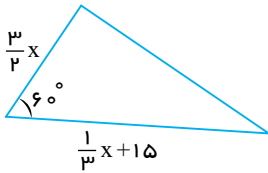


telegram

[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)



۱- در مثلث شکل مقابل، آهنگ تغییرات لحظه‌ای مساحت مثلث در لحظه‌ای که کوچک‌ترین ضلع آن برابر ۶ سانتی‌متر است، کدام است؟



(۲) $\frac{53\sqrt{3}}{8}$

(۴) $\frac{53}{8}$

(۱) $\frac{53\sqrt{3}}{4}$

(۳) $\frac{53}{4}$

۲- تابع $f(x) = |x^3 + 2ax^2 + (2a + 3)x|$ دقیقاً در سه نقطه مشتق‌ناپذیر است. حدود a کدام است؟

(۴) $a < -1$ یا $a > 3 - \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$

(۳) $-1 < a < 3$

(۲) $-3 < a < 1$

(۱) $a < -1$ یا $a > 3$

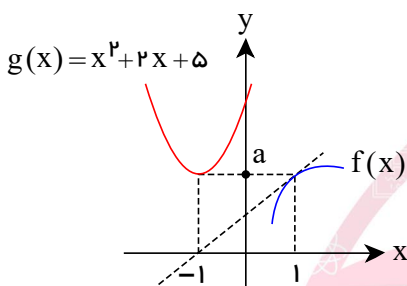
۳- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$



۴- نمودار توابع f و g به صورت زیر هستند. مشتق تابع $\frac{g}{f}$ در $x = 1$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{2}$

(۱) ۰

(۳) $\frac{1}{4}$

۵- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x + 4}{x - 1}$ در $x = 0$ چقدر است؟

(۴) -۸

(۳) -۱۲

(۲) -۱۰

(۱) ۲

۶- خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 + 3x^2 + 1$ بر خط به معادله $x - 3y = 2$ عمود است. این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

(۴) (۲ و -۶)

(۳) (۲ و -۴)

(۲) (۱ و ۴)

(۱) (۱ و ۳)

۷- اگر $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ و $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ ، مقدار $g'\left(\frac{3}{4}\right)$ کدام است؟

- ① $\frac{16}{15}$ ② $\frac{15}{16}$ ③ $\frac{-15}{16}$ ④ $\frac{-16}{15}$

۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ ، مقدار $f'(1)$ موجود است، $f(1 - \sqrt{2})$ کدام می باشد؟

- ① $3 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$ ④ $3 - 2\sqrt{2}$

۹- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$ برابر با گزینه است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۶ ④ ۷

۱۰- مشتق تابع $y = |x| + |x+1| + \dots + |x+99|$ در $x = -\frac{9}{2}$ چقدر است؟

- ① ۹۰ ② -۹۰ ③ ۱۰۰ ④ -۱۰۰

۱۱- دو نقطه روی منحنی $f(x) = \frac{5x-2}{3x+6}$ وجود دارد که مماس در آن‌ها بر خط $4y + x = 7$ عمود است، فاصله این دو نقطه کدام است؟

- ① $2\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{13}$ ③ $2\sqrt{19}$ ④ $2\sqrt{17}$

۱۲- تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1+|x|}$ در $x = \alpha$ مشتق ندارد. مقدار $f'_+(\alpha) - f'_-(\alpha)$ کدام است؟

- ① -۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ ۱ ④ تعریف نشده

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ① ۱ ② ۴ ③ ۲ ④ ۳

۱۴- خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 - x^2$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر آن، منحنی را در نقطه دیگر به نام A قطع می کند. عرض نقطه A کدام است؟

- ① -۳ ② -۲ ③ ۲ ④ ۳

۱۵- تابع f مشتق پذیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2}{x - 2} = \frac{1}{2}$ باشد، معادله ی خط مماس بر تابع $y = xf(\sqrt{x})$ در نقطه ای به طول $x = 4$ واقع بر آن کدام است؟

- ① $2y + 3x + 4 = 0$ ② $2y + 3x = 22$ ③ $2y = 3x + 10$ ④ $2y = 3x - 22$

۱۶- اگر $f(x) = x^3 - \sqrt[3]{4x}$ و $g(x) = \sqrt{8x}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)g(2+h) - f(2)g(2)}{h}$ برابر کدام است؟

- ① 74 ② $\frac{88}{3}$ ③ 52 ④ $\frac{158}{3}$

۱۷- اگر $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$ و $g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ ، $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$ کدام است؟

- ① $\sqrt{x^2 + 1}$ ② 0 ③ 1 ④ -2

۱۸- یک ظرف آب مشتمل بر ۴۰ لیتر آب است در لحظه $t = 0$ یک سوراخ در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم آب باقی مانده در ظرف، پس از t ثانیه از رابطه $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید، در چه زمانی آهنگ آبی تغییر V برابر آهنگ متوسط تغییر آن از $t = 0$ تا $t = 100$ (ثانیه) است؟

- ① 25 ② 125 ③ 50 ④ 45

۱۹- بر روی منحنی $y = \sqrt{x^2 - 16}$ دو نقطه A و B به طول های ۴ و ۸ انتخاب شده است. خط مماس بر منحنی در نقطه C واقع بر آن موازی خط AB است. طول نقطه C کدام است؟

- ① 6 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{2}$

۲۰- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x - 5}{x + 1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند. این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

- ① -2 ② -1.5 ③ -1 ④ -0.5

۲۱- دو خط با شیب های ۵ و -۳ بر منحنی به معادله $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$ مماس هستند و در نقطه A متقاطعند. فاصله نقطه A از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ① $\sqrt{34}$ ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ $\sqrt{20}$

۲۲- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 9| & x \leq 3 \\ \frac{1}{x^2 + 1} & x > 3 \end{cases}$ در چند نقطه از دامنه اش، مشتق پذیر نیست؟

- ① 5 ② 3 ③ 2 ④ بی شمار

۲۳- در تابع $f(x) = (2+x)(2^2+x^2)(2^4+x^4) \dots (2^{2^n}+x^{2^n})$ حاصل $f'(0)$ کدام است؟

- ① $2^{2^{n+1}} - 1$ ② $2^{2^{n+1}} - 2$ ③ $2^{2^{n+1}-2}$ ④ $2^{2^{n+1}} - 1$

۲۴- مماس‌های چپ و راست رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{a-2|x|}$ در نقطهٔ زاویه‌دار برهم عمودند. a کدام است؟

- ① ۱ ② -۱ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{4}$

۲۵- به ازای کدام مقدار a ، منحنی به معادله $y = x^2 + 5x + 4$ بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است؟

- ① ۱ ② ۴ ③ ۵ ④ ۹

۲۶- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 1 \\ x^2 - 3x + 6 & x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2}$ چقدر است؟

- ① ۵ ② -۱ ③ ۴ ④ -۲

۲۷- اگر $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ باشد، آن‌گاه $f'(x) + (x-1)f(x)$ کدام است؟

- ① $64x^{63}$ ② ۱ ③ $8x^7$ ④ $16x^{15}$

۲۸- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x\sqrt{x}} + [x^2 - 8x + 16]$ باشد، آن‌گاه $f''(4)$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{32}$ ② $-\frac{1}{32}$ ③ $-\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{16}$

۲۹- تابع $f(x) = \begin{cases} |x-3| & x \geq 2 \\ |x^2-1| & x < 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق‌پذیر نیست؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۳۰- اگر $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^4+x^2+1}$ باشد، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-1}{2h^2-6h}$ کدام است؟

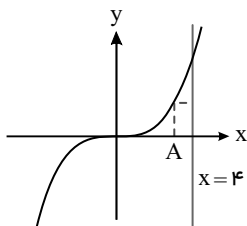
- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{6}$

۳۱- در چند نقطه از منحنی $f(x) = (x^3-x)|x^3+3x^2+2x|$ نمی‌توان بر منحنی یک خط مماس کامل رسم نمود؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۱ ④ صفر

mahdihashem

۳۲- در شکل مقابل، نمودار $y = x^3$ رسم شده است. در لحظه‌ای که طول نقطه A به عدد ۲ می‌رسد، آهنگ تغییر مساحت مستطیل چه عددی است؟



۱۲ (پ)

۲۴ (۱)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۳۳- اگر داشته باشیم $f(x) = (x-b)(2x-b) \cdots (nx-b)$ ، در این حالت $f'(b)$ کدام گزینه است؟

$n!b^{n-1}$ (۴)

$n!b^n$ (۳)

$(n-1)!b^{n-1}$ (پ)

$(n-1)!b^n$ (۱)

۳۴- منحنی‌های تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x^2 + bx + 3$ بر خط به معادله‌ی $y = 7$ مماس‌اند. فاصله‌ی دو نقطه‌ی تماس کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (پ)

۳ (۱)

۳۵- اگر $f(x-1) + 2f(1-x) = x^2$ باشد، مقدار عددی $f'(1)$ کدام است؟

$-\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$-\frac{3}{4}$ (پ)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۳۶- اگر دو تابع $f(x) = x^2 - 4ax + b$ و $g(x) = -x^2 + x - 3b$ دارای مماس مشترک در نقطه‌ای به طول $x = 1$ باشند، حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(1)}{x^2 - 1}$$
 کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (پ)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۳۷- اگر $f(x) = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4}$ و $g(x) = \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ باشد، آنگاه حاصل $(f' + g')(10)$ برابر است با:

$\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۳)

صفر (پ)

۱ (۱)

۳۸- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2a-3h) - f(2a)}{h} = 3$ و $g(x) = xf(\frac{1}{x})$ باشد، آنگاه حاصل $g'(\frac{1}{2a}) - f(2a)$ کدام است؟

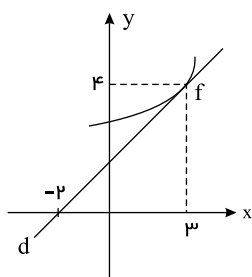
$-2a$ (۴)

$2a$ (۳)

$-a$ (پ)

a (۱)

۳۹- در شکل مقابل خط d در نقطه‌ای به طول $x = 3$ بر تابع f مماس است. شیب خط مماس بر نمودار تابع $g(x) = \sqrt{f(\sqrt{x})}$ در $x = 9$ کدام است؟



$$\frac{1}{12} \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$\frac{2}{7} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$\frac{2}{5} \quad \textcircled{\text{ا}}$$

$$\frac{1}{30} \quad \textcircled{\text{س}}$$

۴۰- اگر تابع $f(x) = \frac{2x+a}{2x+8}$ مفروض باشد، مشتق تابع $f \circ f$ در نقطه $x = -\frac{a}{2}$ (که $a \neq 8$) کدام است؟

$$\frac{1}{-2a+16} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$\frac{1}{-a+8} \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$\frac{1}{16} \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$\frac{1}{32} \quad \textcircled{\text{ا}}$$

۴۱- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f'(4-h) - f'(4+h)}$ کدام است؟

$$-\frac{128}{3} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$\frac{128}{3} \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$\frac{64}{3} \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$-\frac{64}{3} \quad \textcircled{\text{ا}}$$

۴۲- مبدأ مختصات برای چه تعداد از توابع $y_1 = x[-x^2]$, $y_2 = x^2[x]$ و $y_3 = x[-x]$ یک نقطه گوشه‌ای است؟

$$\text{سه} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$\text{دو} \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$\text{یک} \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$\text{هیچ} \quad \textcircled{\text{ا}}$$

۴۳- حاصل $1 + 2x + 3x^2 + \dots + 9x^8$ به ازای $x = 2$ چقدر است؟

$$4097 \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$5001 \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$4095 \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$2049 \quad \textcircled{\text{ا}}$$

۴۴- اگر $f(x) = 2\sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 12x$ باشند، خط مماس بر نمودار تابع $g \circ f$ در چند نقطه موازی محور x ها است؟

$$\text{صفر} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

$$3 \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$2 \quad \textcircled{\text{پ}}$$

$$1 \quad \textcircled{\text{ا}}$$

۴۵- اگر $f(x) = \log(x - \sqrt{x^2 - 4})$ و $g(x) = \log \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 4}}$ حاصل $\frac{f'(5)}{g'(5)}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad \textcircled{\text{ف}}$$

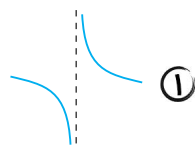
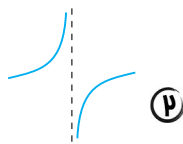
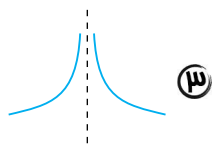
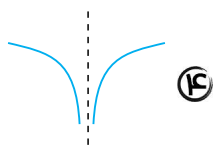
$$\frac{1}{2} \quad \textcircled{\text{س}}$$

$$-2 \quad \textcircled{\text{پ}}$$

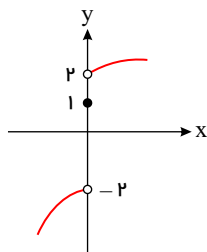
$$2 \quad \textcircled{\text{ا}}$$

mahdihashem

۴۶- خط $x = a$ مماس قائم بر منحنی تابع $y = \sqrt{x+2}(x^2+3x)$ است. نمودار تابع f' در اطراف این خط چگونه است؟



۴۷- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مشتق تابع $g(x) = \frac{x}{f(x) - 4[x]}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟



۱) ۲

۱) $\frac{1}{2}$

۴) وجود ندارد

۳) $\frac{1}{5}$

۴۸- اگر $f(x) = \begin{cases} x^f & x \notin \mathbb{Z} \\ ax & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ و $f'(4) = b$ باشد، حاصل $2a - b$ کدام است؟

۴) ۱۲۸

۳) -۱۲۸

۲) -۶۴

۱) ۶۴

۴۹- مشتق تابع $f(x) = \frac{(\sqrt[3]{2x+1})(\sqrt[3]{4x^2} - \sqrt[3]{2x+1})}{2x^2 - 3x - 2} + \frac{x^2 + 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 2}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

۴) $\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۲) $-\frac{3}{2}$

۱) $\frac{3}{2}$

۵۰- اگر خط $y = \frac{2}{3a}x - \frac{3a}{2}$ بر نمودار تابع $f(x) = 2x + \frac{1}{2}\sqrt{x} + b$ مماس باشد، حدود a کدام است؟

۴) $0 < a < \frac{1}{3}$

۳) $a > \frac{1}{3}$

۲) $a < -\frac{1}{3}$

۱) $-\frac{1}{3} < a < 0$

۵۱- اگر $f(x) = 2\sqrt{x}$ ، $f'(x) = 17(f'(x))^2$ ، $k(f(x))^{2n} - f(x)f''(x) = 17(f'(x))^2$ و k و n اعدادی صحیح باشند، مقدار $k - n$ کدام است؟

۴) ۳۱

۳) ۳۳

۲) ۶۵

۱) ۶۳

۵۲- اگر $f(0) = 0$ و $f'(0) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}(f(x) - f(2x) + 3f(\frac{x}{4}))$ کدام است؟

۴) $-\frac{7}{2}$

۳) $\frac{7}{2}$

۲) $-\frac{1}{2}$

۱) $\frac{1}{2}$

۵۳- اگر $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{4 - |x|}}$ کدام گزینه درست است؟

④ $f'_-(0) = 0$

③ $f'_+(0) = 0$

⑤ $f'_-(0) = -\infty$

① $f'_+(0) = -\infty$

۵۴- اگر $f(x)$ تابعی خطی بوده و در تابع $g(x) = (x^2 - x)f(x)$ آهنگ متوسط تغییرات در بازه $[-1, 2]$ برابر ۲ باشد، آنگاه آهنگ متوسط تابع $g(x)$ در بازه $[-2, 3]$ کدام است؟

④ ۶

③ ۵

⑤ ۳

① ۲

۵۵- آهنگ آنی تغییر محیط مثلث متساوی الاضلاع نسبت به مساحت آن، وقتی ارتفاع مثلث برابر ۳ است، کدام است؟

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ ۱

⑤ $\frac{1}{2}$

① $\frac{2}{3}$

۵۶- اگر $f(x) = g(2x\sqrt{x}) = \frac{x^2}{16} - 1$ ، آنگاه حاصل مشتق $(f \cdot g)(x)$ در نقطه‌ای به طول ۱۶ x کدام است؟

④ $\frac{4}{3}$

③ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{5}{4}$

① $\frac{3}{4}$

۵۷- فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{2}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

④ ۴

③ ۲

⑤ ۱

① -۴

۵۸- فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ ، $(a \neq 0)$ ، $f(x)$ باشد اگر f یک تابع مشتق‌پذیر باشد حداکثر مقدار k با شرط $b + c = a$ کدام است؟

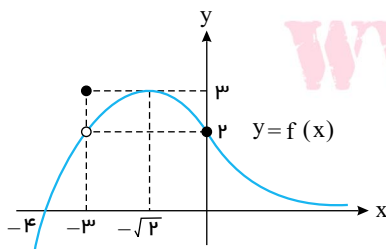
④ ۴

③ ۳

⑤ ۱

① $\frac{3}{4}$

۵۹- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. اگر تابع $g(x) = (x^2 - 9)f(x)$ تعریف شود، حاصل $g'(-3)$ کدام است؟

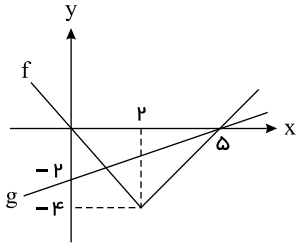


① -۱۲

⑤ -۱۸

③ -۲۴

④ -۶



۶۰- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. مشتق تابع $h(x) = \frac{f(x) + 1}{(5g(x))^2}$ در $x = 3$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{48}$

۲) $\frac{1}{36}$

۳) $-\frac{1}{48}$

۴) $-\frac{1}{36}$



WWW.20SHOO.IR