



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و شو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir



telegram

[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)



WWW.20SHOO.IR

ریاضیات گسسته دوازدهم فصل اول درس دوم تشریحی

بخش پذیری در اعداد صحیح

۱- به ازای چند عدد صحیح از n رابطه $5 + 7n \mid n + 1$ برقرار است؟

۲- ثابت کنید تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است.

۳- اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.۴- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد a را بر ۵۶ بیابید.۵- آیا از اینکه $a \mid b$ و $c \mid d$ ، همواره می‌توان نتیجه گرفت که $a + c \mid b + d$ ؟۶- اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به طوری که $1 + 4k \mid 6k^2 + 28k + 6$ ، ثابت کنید: $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$ ۷- اگر $a > 1$ و $4 + 9k \mid a$ و $3 + 5k \mid a$ ، ثابت کنید a عددی اول است.۸- ثابت کنید: اگر $a \mid b$ آنگاه $a \mid -b$ و $a \mid b$ و $a \mid -b$.۹- فرض می‌کنیم $ab = cd$ ، a, b, c, d اعداد صحیح و ناصفرند) در این صورت پنج رابطه عادی که از این تساوی نتیجه بگیرید.۱۰- به ازای چند مقدار صحیح x رابطه $7 + 3x \mid 1 + 2x$ برقرار است؟۱۱- فرض کنید $a, b, 2$ عدد صحیح باشند و $3b - 2a \mid 11$ ثابت کنید: $5b - 7a \mid 11$.

۱۲- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

WWW.20SHOO.IR

الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $1 + 4k$ مربع کامل است.

ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند.

۱۳- بزرگ‌ترین مقدار x را بیابید به طوری که هر دو عدد $4 - 7n$ و $3 + 5n$ را بشمارد.۱۴- اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $9 + 4k \mid a$ و $14 + 6k \mid a$ صدق کند، مقدار a را بیابید.

۱۵- اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۶ و ۵ به ترتیب ۳ و ۲ باشد؛ باقی مانده تقسیم a را بر ۳۰ بیابید.

۱۶- اگر $a > 1$ و $a | 9k + 4$ و $a | 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.

۱۷- حاصل هریک را به دست آورید: ($m \in \mathbb{Z}$)

الف) $([m^2, m], m^5)$

ب) $(2m, 6m^3)$

پ) $(3m + 1, 3m + 2)$

ت) $[m^2, (m^2, m^3)]$

ث) $[(72, 48), 120]$

۱۸- ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی همواره بر $3!$ بخش پذیر است.

۱۹- اگر در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.

۲۰- اگر n عددی صحیح باشد ثابت کنید $3 | n^3 - n$.

(راهنمایی: برای n سه حالت $n = 3k$ و $n = 3k + 1$ و $n = 3k + 2$ در نظر بگیرید و در هر حالت ثابت کنید $3 | n^3 - n$).

۲۱- اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $2 | a + b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 3)$ بر ۸ را بیابید.

۲۲- اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ و $m, n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید:

$$m \leq n, a | b \Rightarrow a^m | b^n$$

۲۳- اگر $p \neq q$ و p و q هر دو عدد اول باشند ثابت کنید $(p, q) = 1$.

۲۴- ثابت کنید: الف) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند. ب) هر دو عدد صحیح و فرد متوالی نسبت به هم اول اند.

(راهنمایی: فرض کنید $(m, m + 1) = d$ و ثابت کنید $d | 1$ و نتیجه بگیرید $d = 1$).

۲۵- فرض کنید $(a - 2b, 2a + 3b) = 1$ ، $a, b \in \mathbb{N}$ ، (a, b) را بیابید.

۲۶- ثابت کنید اگر ترکیبی خطی از a و b برابر یک شود آنگاه $(a, b) = 1$ به عبارت دیگر اگر $ax + by = 1$ آنگاه $(a, b) = 1$.

۲۷- ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$ ، $c | a$ ، $d | b$ آنگاه $(c, d) = 1$.

۲۸- فرض کنید $c | a + b$ ثابت کنید $(a, c) = (b, c)$.

۲۹- ثابت کنید اگر n عددی طبیعی باشد کسر $\frac{21n+4}{14n+3}$ ساده شدنی نیست.

۳۰- اگر $a, b \in \mathbb{N}$ و $(a, 13) \neq 1$ و $(2a, b) = 1$ آنگاه $[13b, 2a]$ را محاسبه کنید:

۳۱- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ آنگاه ب. م. م دو عدد $13 + 6n + 4n^2$ و $1 + 2n$ را محاسبه کنید:

۳۲- فرض کنید $d = (2 + 8a, 4 - 6a)$ آنگاه d چند مقدار متمایز می تواند داشته باشد؟

۳۳- ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$, $(a, c) = 1$, آنگاه $(a, bc) = 1$.

۳۴- فرض کنید $a, p \in \mathbb{N}$ عددی اول باشد اگر $\frac{[a, b]}{(a, b)} = p$ آنگاه حاصل $\frac{a^2 + b^2}{(a^3, b^2)}$ را بیابید:

۳۵- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۷ باقیمانده تقسیم ۴ واحد از مربع خارج قسمت کمتر است، بیشترین مقدار ممکن a را بیابید.

۳۶- در تقسیم ۵۱۱ و ۴۷۰ بر عدد b باقیمانده ها به ترتیب ۱۰ و ۱۳ شدند مقدار b را بیابید.

۳۷- در یک تقسیم مقسوم ۸۴ واحد بیشتر از مقسوم علیه است اگر باقیمانده برابر ۷ باشد تمام مقادیر ممکن برای خارج قسمت را بیابید.

۳۸- اگر $m | a - b$, $m | c - d$ ثابت کنید:

$$m | ac - bd$$

۳۹- پاسخ هریک از سؤالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید.

الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $2 + a | b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $3 + b^2 + a^2$ را بر ۸ بیابید.

۴۰- اگر باقی مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(5b - 2a)$ بر ۱۷ را بیابید.

۴۱- اگر باقی مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $(5n - 2m)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.

۴۲- فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $4 + 3n | a$ و $3 + 2n | a$. نشان دهید $a = 1$.

۴۳- اگر $n \in \mathbb{N}$ و $7 + 9n | n$ و $6 + 7k | n$ ثابت کنید $n = 1$ یا $n = 5$.

۴۴- اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $3 + 2a$ بر ۸ را به دست آورید.

۴۵- فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a]$ را به دست آورید.

۴۶- ثابت کنید اگر $a = bq + r$ آنگاه $(a, b) = (b, r)$

۴۷- در یک تقسیم مقسوم علیه برابر ۱۷ باقیمانده برابر ۳ می باشد حداکثر چند واحد می توان به مقسوم اضافه کرد بدون آنکه خارج قسمت، مقسوم علیه تغییر کنند؟

۴۸- فرض کنید $(a, b) = 1$ ، $(a, c) = 1$ آیا می توان نتیجه گرفت $(a^2 + b, ab) = 1$ ، $(a^2 + b, a^2 - b) = 1$ ؟
در غیر این صورت مثال نقض بنماید:

۴۹- فرض کنید $(a, b) = 1$ ثابت کنید: $(a + b, ab) = 1$.

۵۰- فرض کنید a عددی صحیح باشد. بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $a^2 - a + 1$ ، $a^2 + a + 1$ را بیابید:

۵۱- فرض کنید $ax - by = 1$ حاصل $(a + b, x + y)$ را بیابید:

۵۲- ثابت کنید اگر a و b عدد صحیح و مخالف صفر باشند آنگاه $(a, b) = |ab|$ ، $[a, b]$.

۵۳- فرض کنید $(b, c) = 1$ ثابت کنید: $(ac, b) = (a, b)$.

۵۴- اگر $(a, b) = 1$ حاصل $(a + b, a - b)$ را بیابید:

۵۵- یک عدد مربع کامل در تقسیم بر ۵ چه باقیمانده هایی می تواند داشته باشد؟

۵۶- باقیمانده یک عدد مکعب کامل در تقسیم بر ۷ چه مقادیری می تواند بسازد؟

۵۷- عدد a مضرب ۳ است. اگر بدانیم باقیمانده تقسیم a بر ۱۳ برابر یک است، باقیمانده تقسیم $\frac{a}{3}$ بر ۱۳ را محاسبه کنید.

۵۸- باقیمانده عدد زوج a بر ۱۷ برابر ۷ است باقیمانده $\frac{a}{2}$ بر ۱۷ چقدر است؟

۵۹- اگر $ab \mid b + c$ گزاره های زیر را نتیجه بگیرید:

(الف) $b \mid c$

(ب) $a \mid b^2 - c^2$

(ج) $a \mid b^3 + c^3$

۶۰- چند مقسوم علیه $n = 3^3 \times 7 \times 11^4$ مربع کامل است؟

۶۱- فرض کنید a, b, c اعداد صحیح مخالف صفر باشند، ثابت کنید اگر $a^2 \mid bc$ ، $a \mid b$ ، آنگاه داریم:

$$ab \mid c^2$$

۶۲- ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k + 1$ یا $p = 6k + 5$ ($k \in \mathbb{W}$)، نوشته می شود.

۶۳- ثابت کنید اگر $(a, b) = d$ آنگاه $(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1$.

۶۴- فرض کنید n عددی طبیعی باشد. ثابت کنید:

$$(n! + 1, (n+1)! + 1) = 1$$

۶۵- فرض کنید a و b دو عدد صحیح باشند ثابت کنید به ازای هر عدد صحیح k داریم:

$$(a, b) = (a, b + ka)$$

۶۶- فرض کنید a و b اعدادی صحیح باشند دست کم یکی از آنها صفر نباشد ثابت کنید:

$$(ka, kb) = k(a, b) : k \in \mathbb{N}$$

