



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

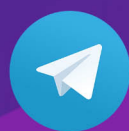
www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و شو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir



telegram

@ir20shoo



WWW.20SHOO.IR

ریاضیات گسسته دوازدهم فصل اول درس اول-پرواز-تستی

آشنایی با نظریه اعداد

۱- کدام عدد کلیت حکم «عدد $2 + p^{p+1}$ به ازای تمام مقادیر اول برای p ، مرکب است» را نقض می‌کند؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۵ ④ ۷

۲- کدام عدد کلیت حکم «به ازای هر عدد طبیعی n ، $11 + 2^n$ عددی اول است» را نقض می‌کند؟

- ① ۱ ② ۳ ③ ۶ ④ ۵

۳- برای آنکه ثابت کنیم برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $5 - 3n + n^2$ همواره فرد است، از روش اثبات به کمک در نظر گرفتن همه حالات استفاده می‌کنیم. در این اثبات از کدام هم‌ارزی زیر استفاده می‌شود؟

- ① $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ ② $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$
 ③ $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ ④ $(p \wedge q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

۴- در اثبات حکم $2y + 4z + 4xy \geq 5 + z^2 + y^2 + x^2$ به روش اثبات بازگشتی به کدام حکم بدیهی می‌رسیم؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

- ① $(x - 2y)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$ ② $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$
 ③ $(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$ ④ $(x - 2)^2 + (x - 2y)^2 + (z - 2)^2 \geq 0$

۵- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

- ① میانگین پنج عدد طبیعی متوالی عدد وسطی است. ② اگر $3p + 2$ اول باشد، p نیز اول است.
 ③ مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۳ باقیمانده‌ای برابر ۱ دارد. ④ اگر x گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.

۶- چه تعداد از ترکیب‌های دشرطی زیر صحیح است؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

- الف) $a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$
 ب) $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$
 پ) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$
 ت) $a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۷- کدام یک از نامساوی‌های زیر برای هر دو عدد حقیقی مخالف صفر x و y برقرار نیست؟

- ① $|x + y| + 2 \geq |x| + y + 2$ ② $x^2 + xy + y^2 \geq 0$
 ③ $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ ④ $(x^2 + 1)(y^2 + 1) \geq (xy + 1)^2$

۸- اگر a گویا و b گنگ باشد کدام گزینه الزاماً عددی گنگ است؟

- ① $a \neq 0, \frac{b^2}{a}$ ② $\frac{a+b}{a-b}$ ③ $\frac{a}{b}$ ④ $a \neq 0, \frac{b}{a}$

۹- کدام گزاره با گزاره « $1 + 8n$ عددی زوج است» هم ارز می باشد؟ ($n \in \mathbb{Z}$)

- ① $1 + 7n$ عددی فرد است. ② $3 + 8n$ بر ۴ بخش پذیر است. ③ $1 + 3n$ عددی زوج است. ④ $4 + 5n$ عددی فرد است.

۱۰- درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را نمی توان با مثال نقض رد کرد؟

- حاصل ضرب چهار عدد طبیعی متوالی بزرگتر از ۱، بر ۱۲۰ بخش پذیر است.

- برای هر عدد اول p ، عدد $1 - 2^p$ اول است.

- اگر حاصل ضرب چهار عدد صحیح، فرد باشد، آن گاه مجموع مربعات آن ها زوج است.

- مجموع سه عدد زوج متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۱۱- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع تعدادی عدد طبیعی (بیش از یک عدد) متوالی نوشت» را نقض می کند؟

- ① ۴۰ ② ۴۶ ③ ۵۶ ④ ۶۴

۱۲- برای کدام یک از احکام زیر نمی توان مثال نقض آورد؟

① برای هر عدد حقیقی x نامساوی $x \leq x^2$ برقرار است.

② اگر $x \neq y$ ، آن گاه $\frac{y}{x}$ عدد صحیح نیست.

③ اگر n عدد صحیح زوج باشد، آن گاه $1 + n^2$ بر ۵ بخش پذیر است.

④ برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، برابری $\frac{1}{n} = (1 - \frac{1}{n})(1 - \frac{1}{n-1}) \dots (1 - \frac{1}{2})$ برقرار است.

۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می شود؟

① اگر k حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، $1 + 4k$ مربع کامل است. ② مربع هر عدد اول بزرگتر از ۳ را می توان به صورت $1 + 24k$ نوشت.

③ باقی مانده مکعب هر عدد فرد بر ۸ برابر ۱ است. ④ حاصلضرب هر ۴ عدد متوالی بر ۱۲ بخش پذیر است.

۱۴- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت» را نقض می کند؟

- ① ۵۶ ② ۶۴ ③ ۷۲ ④ ۷۴

۱۵- برای اثبات گزاره $(kxy + zt)^2 \geq (x^2 + z^2)(t^2 + 4y^2)$ به روش بازگشتی به رابطه همواره درست $(xt - 2yz)^2 \geq 0$ رسیده ایم. k برابر

با کدام گزینه است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۱۶ - کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست نیست؟

- (۱) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی و زوج متوالی باشد، آن گاه $n + 1$ مربع کامل است.
 (۲) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی و فرد متوالی باشد، آن گاه $n + 1$ مربع کامل است.
 (۳) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4n + 1$ مربع کامل است.
 (۴) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $8n + 1$ مربع کامل است.

۱۷ - چه تعداد از گزاره‌های زیر ارزش درستی دارند؟

- اعداد گنگ و گویایی وجود دارد که در هم ضرب شده و حاصل گویا شود.
 - اعداد گنگی مانند a و b موجودند که قرینه هم نبوده و مجموعشان گویا شود.
 - مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا همیشه گنگ می‌شود.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸ - کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توان با استفاده از مثال نقض رد کرد؟

- (۱) هر چهار ضلعی‌ای که قطرهايش هم‌دیگر را نصف کنند متوازی‌الاضلاع است.
 (۲) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده ۱ دارد.
 (۳) هر عدد اول فردی به یکی از دو صورت $2^n - 1$ یا $2^n + 1$ است. ($n \in \mathbb{N}$)
 (۴) مربع هر عدد فرد در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده ۱ دارد.

۱۹ - کدام یک از احکام زیر یک قضیه کلی است؟

- (۱) هر متوازی‌الاضلاع یک لوزی است.
 (۲) هر متوازی‌الاضلاعی که یک زاویه قائمه داشته باشد، مستطیل است.
 (۳) هر متوازی‌الاضلاعی که زاویه‌های مجاور آن برابر باشند لوزی است.
 (۴) هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، لوزی است.

۲۰ - a و b دو عدد حقیقی مثبت و متمایزند. برای اثبات حکم $ab(a^3 + b^3) > a^5 + b^5$ به روش بازگشتی از کدام حکم بدیهی استفاده می‌کنیم؟

- (۱) $a + b > 0$ (۲) $a^2 + b^2 > 0$ (۳) $(a - b)^2 > 0$ (۴) همه موارد

۲۱ - چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

۱. بین هر دو عدد گنگ، فقط یک عدد صحیح وجود دارد.
 ۲. بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.
 ۳. بین هر دو عدد گنگ، بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.
 ۴. بین هر دو عدد گویا، فقط یک عدد گنگ وجود دارد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر مثال نقض دارد؟

(الف) میانگین اعداد طبیعی ۱ تا n برابر $\frac{n+1}{2}$ است.

(ب) اگر α و β دو عدد گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد آن‌گاه $\alpha - \beta$ نیز گویا است.

(پ) تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است.

(ت) عدد $2^{2^n} + 1$ به ازای همه عددهای طبیعی n عددی اول است.

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۲۳- اگر x و y دو عدد گویا و α و β دو عدد گنگ باشند، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست هستند؟

① $\frac{x}{\alpha} \in Q$ ② $x(y + \beta) \in R - Q$ ③ $\alpha^\beta \in R - Q$ ④ $x + \alpha \in R - Q$

۲۴- برای اثبات نامساوی $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$ به صورت بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

① $(ad + bc)^2 \geq 0$ ② $(ad - bc)^2 \geq 0$ ③ $(ac + bd)^2 \geq 0$ ④ $(ac - bd)^2 \geq 0$

۲۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر هم‌ارز هستند؟

(الف) $A \cup B = A \cup C$ و $A = C$

(ب) $B \cup C \subseteq A$ و $C' \cap B' \cap A' = A'$

(ج) $A \cap B = B \cap C$ و $B = C$

① ۳ ② ۲ ③ ۱ ④ ۰

۲۶- برای اثبات کدام گزاره به روش بازگشتی به رابطه بدیهی و همواره درست $(a - b)^2 \geq 0$ می‌رسیم؟ (a و b اعدادی حقیقی، غیر صفر و مثبت هستند)

① $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \geq \frac{2}{a+b}$ ② $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ③ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ④ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{a+b}$

۲۷- در اثبات درستی رابطه $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ به کمک اثبات بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ (a و b دو عدد حقیقی مثبت و غیر صفر هستند.)

① $(a + b)^2 \geq 0$ ② $(a - b)^2 \geq 0$ ③ $(a + 2b)^2 \geq 0$ ④ $(a - 2b)^2 \geq 0$

۲۸- کدام عدد حکم کلی «هر عدد طبیعی برابر تفاضل مربع‌های دو عدد صحیح است» را رد می‌کند؟

① ۷۸ ② ۱۰۵ ③ ۳۲ ④ ۵۶

۲۹- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- ① اگر a و b گویا باشند، a^b حتماً گویاست. ② اگر a^b گویا نباشد، a و b حتماً گنگ هستند.
- ③ اگر a طبیعی و b صحیح باشد، a^b گویاست. ④ اگر a گویا و b گنگ باشد، b^a گنگ است.

۳۰- کدام عدد کلیت حکم «اگر x عددی گنگ باشد $x^2 - 14x + 52$ نیز عددی گنگ است» را نقض می کند؟

- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{17} + 7$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{15} + 1$

۳۱- چند عدد طبیعی مانند n در مجموعه اعداد کوچک تر از 101 وجود دارد که به ازای آن $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج شود؟

- ① ۲۵ ② ۳۰ ③ ۴۵ ④ ۵۰

۳۲- کدام عدد حکم «هر عدد طبیعی برابر مجموع مربع های دو عدد صحیح است» را رد می کند؟

- ① ۱۵۷ ② ۴۱ ③ ۹۱ ④ ۲۹۳

۳۳- کدام گزینه کلیت حکم «حاصلضرب هر دو عدد گنگ عددی گنگ است» را نقض می کند؟

- ① $\sqrt{1323}, \sqrt{2475}$ ② $\sqrt{800}, \sqrt{882}$ ③ $\sqrt{2873}, \sqrt{3757}$ ④ $\sqrt{323}, \sqrt{361}$

۳۴- کدام گزاره مثال نقض دارد؟

- ① میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است. ② اگر k حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد $4k + 1$ مربع کامل است.
- ③ هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت. ④ به ازای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 - 5n + 7$ فرد است.

۳۵- کدام یک از گزینه های زیر مثال نقض ندارد؟

- ① تفاضل مربعات هر دو عدد فرد دلخواه مضرب ۸ است. ② مجموع مربعات هر دو عدد زوج دلخواه مضرب ۸ است.
- ③ مجموع هر سه عدد زوج متوالی، عددی مضرب ۸ است. ④ مجموع هر سه عدد فرد متوالی دلخواه عددی مضرب ۶ است.

۳۶- کدام عدد حکم کلی «هر عدد زوج را می توان به صورت مجموع سه عدد طبیعی و زوج متوالی نوشت» را نقض می کند؟

- ① ۳۰۶ ② ۱۸۰ ③ ۵۰۲ ④ ۹۱۸

۳۷- کدام یک مثال نقض مناسب برای حکم کلی (اگر x و y گنگ باشد، x^y گنگ است) است؟

- ① $x = \sqrt{3}, y = \log_3^4$ ② $x = \sqrt{3}, y = \log_3^2$ ③ $x = \sqrt{2}, y = \log_3^4$ ④ $x = \sqrt{2}, y = \log_3^2$

۳۸- اگر $A = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ ، به ازای چند عدد دو رقمی n عدد A زوج است؟

- ① ۴۵ ② ۴۶ ③ ۴۴ ④ ۴۰

۳۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

الف) اگر سه مجموعه A, B, C داشته باشیم به طوری که $A \cup B = A \cup C$ آن گاه $B = C$ است.

ب) اگر n نقطه متمایز بر روی محیط دایره قرار داشته باشد و آن را دوبه دو به هم وصل کنیم 2^{n-1} ناحیه به وجود می‌آید.

ج) حاصل ضرب سه عدد طبیعی و متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

- ① ۳ ② ۲ ③ ۱ ④ ۰

۴۰- چند زوج مرتب مانند (a, b) از اعداد حقیقی و ناصفر وجود دارد به طوری که تساوی $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$ برقرار باشد؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ بی شمار

۴۱- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام گزاره هم‌ارز با گزاره $16n + 7$ عددی فرد است، می‌باشد؟

- ① $6n + 4$ عددی زوج است. ② $9n + 2$ عددی زوج است. ③ $7n + 11$ عددی فرد است. ④ $10n + 3$ عددی زوج است.

۴۲- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام گزاره با گزاره $5n + 11$ عددی زوج است، هم‌ارز می‌باشد؟

- ① $7n + 1$ عددی فرد است. ② $8n + 3$ عددی فرد است. ③ $3n + 1$ عددی فرد است. ④ $11n + 2$ عددی فرد است.

۴۳- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر را با مثال نقض می‌توان رد کرد؟

① مجموع ۱۳۹۸ عدد طبیعی متوالی بر ۱۳۹۸ بخش پذیر است.

② مجموع هر ۱۳۹۷ عدد فرد، عددی فرد است.

③ اگر حاصل ضرب چهار عدد طبیعی متوالی k باشد، آن گاه $k + 1$ مربع کامل است.

④ حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی، بر ۴۸ بخش پذیر است.

۴۴- چه تعداد از زوج مرتب‌هایی مانند (a, b) از اعداد صحیح با شرایط $0 \leq a, b \leq 10$ وجود دارد به طوری که تساوی $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ برقرار باشد؟

- ① ۳۹ ② ۴۰ ③ ۴۱ ④ ۴۲

۴۵- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی که بر ۴ بخش پذیر باشد مجموع ارقامش نیز بر ۴ بخش پذیر است» را رد می‌کند؟

- ① ۴۴ ② ۱۱۲ ③ ۴۲۷ ④ ۹۳۶

۴۶- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ و $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، آن گاه چند مجموعه برای A وجود دارد که مثال نقض گزاره «اگر برای سه مجموعه A, B, C تساوی $A \cup C = A \cup B$ برقرار باشد آن گاه تساوی $B = C$ نیز برقرار است» باشد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۴ ④ ۸

۴۷- چه تعداد از گزاره‌های زیر به صورت دو شرطی بیان می‌شوند؟ ($x \in \mathbb{R}$)

۱) اگر $x = 0$ آنگاه $x(x^2 + 4x + 9) = 0$

۲) اگر $x = 1$ آنگاه $(x-1)(x^2 - x - 2) = 0$

۳) اگر $x = 0$ آنگاه $x(x^3 + 7) = 0$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ صفر

۴۸- فرض کنید $a_1, a_2, \dots, a_n$ اعدادی صحیح بوده و $b_1, b_2, \dots, b_n$ هم همان اعداد بوده ولی با ترتیبی دیگر. به ازای چند مقدار طبیعی در بازه

$[1397, 1400]$ حاصل $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_n - b_n)$ حتماً زوج است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۹- درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

- عبارت $1 + k^2$ به ازای هیچ مقدار طبیعی k بزرگ‌تر از ۱ مربع کامل نیست.

- اگر حاصل ضرب ۶ عدد حقیقی برابر ۰ شود، آن گاه حداقل یکی از آن شش عدد، صفر است.

- اگر a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 اعدادی صحیح و b_3 و b_2 همان اعداد ولی با ترتیبی دیگر باشند، آن گاه حاصل $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج است.

- اختلاف مربعات دو عدد فرد، بر ۸ بخش پذیر است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۵۰- اگر a و b دو عدد صحیح و $a - 2b \mid 5a + 3b$ ، حداقل مقدار $\alpha + \beta$ به طوری که $a - 2b \mid \alpha a$ و $a - 2b \mid \beta b$ کدام است؟ ($\alpha, \beta \in \mathbb{N}$)

۸ (۴)

۴ (۳)

۱۳ (۲)

۲۶ (۱)

گروه آموزشی بیست و شو

WWW.20SHOO.IR