



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

http://www.20shoo.ir

Considérons les deux fonctions rationnelles :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Notons :

$$(x+1)(x-1)=0 \iff (x=-1 \text{ ou } x=1);$$

$$(x-1)(x-2)=0 \iff (x=2 \text{ ou } x=1);$$

Nous en déduisons :

$$D_f = D_g = D_{f \pm g} = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}.$$

Soit la différence des deux fonctions : $h(x) = f(x) - g(x)$.

Pour tout réel x de D_h nous avons :

$$h(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)} - \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Nous en déduisons successivement :

$$h(x) = \frac{(6x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)(x-2)} - \frac{(3x-7)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{(6x^2 - 12x + 2x - 4) - (3x^2 + 3x - 7x - 7)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-1)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

Pour tout réel x de D_h nous avons $x-1 \neq 0$.

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

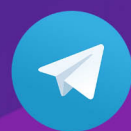
$$h(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و شو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir



telegram

@ir20shoo



آشنایی با نظریه اعداد

۱- برای درستی گزاره «اگر $2 + 3p$ اول باشد، p نیز اول است» می توان از روش استفاده کرد.

- ① رد - مثال نقض
 ② اثبات - برهان خلف
 ③ رد - برهان خلف
 ④ اثبات - در نظر گرفتن همه حالات

۲- کدام عدد کلیت حکم « $2^n - 1$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 1$ ، عددی اول است» را نقض می کند؟

- ① ۷
 ② ۴
 ③ ۵
 ④ ۳

۳- کدام گزینه مثال نقض مناسبی برای حکم «اگر حاصل ضرب دو ماتریس مربعی هم مرتبه برابر ماتریس صفر شود، حداقل یکی از آن ها ماتریس صفر است» می باشد؟

- ① $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
 ② $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
 ③ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
 ④ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۴- کدام گزینه حکم کلی «برای هر عدد حقیقی و نامنفی مانند x, y ، $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ » را نقض نمی کند؟

- ① $x = 1, y = 3$
 ② $x = 13, y = 0$
 ③ $x = 9, y = 16$
 ④ $x = 4, y = 4$

۵- اگر a و b و c اعدادی حقیقی باشند برای اثبات گزاره $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - ac - bc$ به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می رسیم؟

- ① $(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2 \geq 0$
 ② $(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b+c)^2 \geq 0$
 ③ $(a-b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2 \geq 0$
 ④ $(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$

۶- اگر x عدد گویا و y عدد گنگ باشد، کدام یک نمی تواند گویا باشد؟

- ① $x + y^3$
 ② xy
 ③ $x^2 + y^2$
 ④ $x^2 + y$

۷- در اثبات حکم «اگر n عددی صحیح باشد و $3 - n$ عددی زوج باشد، آنگاه n فرد است» به روش برهان خلف، فرض خلف کدام است؟

- ① n زوج نیست.
 ② n فرد نیست.
 ③ n فرد است.
 ④ n صحیح نیست.

۸- کدام دو عدد کلیت حکم «مجموع مربعات هر دو عدد، عددی اول است» را نقض می کنند؟

- ① ۲ و ۱
 ② ۵ و ۳
 ③ ۵ و ۴
 ④ ۳ و ۲

۹- برای درستی گزاره: «اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه باشند و $\overline{AB} = \overline{O}$ آن گاه $A = \overline{O}$ یا $B = \overline{O}$ » از روش استفاده می کنیم.

- ① رد - برهان خلف
 ② اثبات - برهان خلف
 ③ رد - مثال نقض
 ④ اثبات - در نظر گرفتن همه حالت ها

۱۰- برای رد درستی حکم «اگر A ماتریس مربعی مرتبه ۲ بوده و $A^2 = \overline{O}$ باشد، حتماً $A = \overline{O}$ می باشد» از کدام گزینه استفاده کنیم؟

- ① $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

۱۱- اگر α و β دو عدد گنگ باشند و $\alpha + \beta$ عددی گویا باشد، در اثبات به روش برهان خلف می توان ثابت کرد دو عدد $2\alpha - \beta$ و $\alpha + 3\beta$ همواره هستند.

- ① گنگ - گویا ② گویا - گنگ ③ گنگ - گنگ ④ گویا - گویا

۱۲- برای اثبات حکم «برخی از مستطیل ها مربع می باشند» به روش برهان خلف کدام گزینه فرض خلف می باشد؟

- ① همه مستطیل ها مربع می باشند.
 ② هیچ مربعی وجود ندارد که مستطیل باشد.
 ③ همه مربع ها مستطیل می باشند.
 ④ هیچ مستطیلی وجود ندارد که مربع باشد.

۱۳- کدام یک از گزینه های زیر به روش بازگشتی اثبات نمی شود؟

- ① اگر a عددی گنگ باشد، آنگاه $\frac{1}{a}$ عددی گنگ است.
 ② اگر $a < 0$ باشد، $a + \frac{1}{a} \leq -2$ می باشد.
 ③ اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند که مجموع آن ها نامنفی باشد، در این صورت $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$
 ④ اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$

۱۴- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- ① هر مربع یک لوزی است.
 ② هر مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است.
 ③ هر عدد اول بزرگ تر از ۲، فرد است.
 ④ توان دوم هر عدد طبیعی بزرگ تر از توان سوم آن است.

۱۵- اگر x و y دو عدد صحیح باشند، کدام گزاره همواره درست است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- ① $x + y = 2k \rightarrow xy = 2k$ ② $x + y = 2k + 1 \rightarrow xy = 2k$
 ③ $x + y = 2k \rightarrow xy = 2k + 1$ ④ $x + y = 2k + 1 \rightarrow xy = 2k + 1$

۱۶ - کدام گزاره مثال نقض دارد؟

- (۱) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویا است.
 (۲) مجموع هر دو عدد اول، عددی مرکب است.
 (۳) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.
 (۴) مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است.

۱۷ - به ازای کدام عدد کلیت حکم «عدد $3 + (p - 3)!$ به ازای تمام مقادیر اول و بزرگتر از ۳، بر ۳ بخش پذیر است.» نقض می شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۱۸ - کدام عدد کلیت حکم «هر عدد به فرم $8k + 3$ مرکب است» را نقض می کند؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۷ (۳) ۴۳ (۴) ۴۶

۱۹ - برای درستی گزاره «به ازای هر عدد طبیعی a ، $11 + 7a - a^2$ عددی فرد است.» از روش استفاده می کنیم.

- (۱) رد - مثال نقض (۲) رد - در نظر گرفتن همه حالت ها
 (۳) اثبات - مستقیم (۴) اثبات - در نظر گرفتن همه حالت ها

۲۰ - کدام عدد حکمیت «معکوس هر عدد حقیقی، خود یک عدد حقیقی است» را نقض می کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) -۱

۲۱ - اگر x و y اعدادی حقیقی باشند، برای اثبات نامساوی $3(x + y + xy - 3) \geq x^2 + 5y^2$ به روش بازگشتی به کدام رابطه همواره درست می رسیم؟

- (۱) $(x - 3)^2 + (y - 3x)^2 + (y - 3)^2 \geq 0$ (۲) $(x - 3)^2 + (3y - x)^2 + (y - 3)^2 \geq 0$
 (۳) $(x + 3)^2 + (3y - x)^2 + (y + 3)^2 \geq 0$ (۴) $(x - 3y)^2 + (y - 3x)^2 + (y + 3)^2 \geq 0$

۲۲ - اگر x و y و z و t و n به ترتیب اعداد طبیعی و متوالی باشند که میانگین آن ها نیز زوج است، حاصل $5n + 6z$ همواره به کدام صورت است؟
 $(q \in \mathbb{Z})$

- (۱) $2q$ (۲) $2q + 1$ (۳) $3q$ (۴) $3q + 1$

۲۳ - چه تعداد از گزاره های زیر همواره درست است؟

- الف) به ازای هر عدد طبیعی n ، $2^n - 1$ عددی اول است.
 ب) اگر n عددی اول باشد، $2^n + 1$ عددی اول است.
 پ) اگر $2^n - 1$ عددی اول باشد، آنگاه n اول است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۴- k کدام باشد تا گزاره «اگر $x = 1$ باشد آن گاه $(x-1)(3x^2 - 6x + k) = 0$ است» قضیه‌ای دو شرطی باشد؟ ($x \in \mathbb{R}$)

- ① ۱ ② ۳ ③ ۱ ④ ۲ ⑤ -۱

۲۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

الف) اگر p و q اعدادی اول باشند، مجموع آنها نیز عددی اول است.

ب) همه اعداد اول بزرگ‌تر از ۳ به صورت $6k + 1$ نوشته می‌شوند.

ج) تفاضل مکعب‌های دو عدد صحیح متوالی عددی فرد است.

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۶- کدام گزینه را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

① میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

② میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسط است.

③ اگر m حاصل ضرب دو عدد طبیعی و متوالی باشد، $4m + 1$ مربع کامل است.

④ به ازای تمام اعداد طبیعی n ، عدد $2^{n^2} + 1$ عددی اول است.

۲۷- اگر α و β دو عدد و $\alpha + \beta$ باشد، آنگاه $\alpha - \beta$ و $\alpha + 2\beta$ هر دو گنگ هستند.

- ① گنگ- گنگ ② گویا- گنگ ③ گنگ- گویا ④ گویا- گویا

۲۸- کدام عدد کلیت حکم «رقم یکان هر عدد که بر ۳ و ۷ بخش پذیر باشد برابر یک است» را نقض می‌کند؟

- ① ۲۲۱۰ ② ۲۳۱ ③ ۲۳۱۰ ④ ۲۳۳۱

۲۹- کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

① اگر $n \in \{1, 2, 3\}$ ، $n^2 + 1$ عددی اول باشد آنگاه $n \in \{1, 2\}$

② مجموع هر دو عدد مرکب، عددی مرکب است.

③ اگر x^2 عددی صحیح باشد آنگاه x هم عددی صحیح است.

④ اگر a و b دو عدد صحیح باشند، ab زوج باشد، آنگاه $a + b$ نیز عددی زوج است.

۳۰- کدام عدد کلیت حکم «اگر x عددی گنگ باشد $14x + 53 - x^2$ نیز عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

- ① $\sqrt{15}$ ② $\sqrt{15} + 6$ ③ $\sqrt{11} + 6$ ④ $\sqrt{11} + 7$

۳۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر با مثال نقض رد می‌شوند؟

(الف) اگر a و b دو عدد صحیح و متوالی باشند، عدد ab زوج است.

(ب) اگر a و b دو عدد صحیح و متوالی باشند، عدد $ab + a$ مربع کامل است. ($a > b$)

(ج) اگر a و b دو عدد صحیح و زوج متوالی باشند، عدد ab بر ۶ بخش پذیر است.

(د) اگر a و b دو عدد صحیح و فرد متوالی باشند، عدد $ab + 1$ مربع کامل است.

۲ (۴)

۱ (۳)

۳ (۵)

۴ (۱)

۳۲- برای اثبات گزاره $(z^2 + t^2)(4x^2 + 9y^2) \geq (2xt + 3yz)^2$ به روش بازگشتی به رابطه بدیهی $(maxz + nyt) \geq 0$ رسیده‌ایم. حاصل

$m - n$ کدام می‌تواند باشد؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۱ (۵)

۵ (۱)

۳۳- رابطه $n^2 \leq 2^n$ چند مثال نقض دارد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

بیش تر از ۴ تا (۴)

۴ (۳)

۳ (۵)

۱ (۱)

۳۴- کدام گزینه مثال نقض مناسبی برای حکم «اگر حاصل ضرب هر دو ماتریس هم مرتبه ماتریس صفر شود، حداقل یکی از آن‌ها ماتریس صفر است» می‌باشد؟

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۳۵- کدام حکم مثال نقض ندارد؟

(۱) عدد گنگی وجود دارد که به توان گنگ رسیده گویا شود.

(۵) عدد گنگی وجود ندارد که به توان گنگ رسیده گویا شود.

(۳) عدد گنگی وجود ندارد که با عدد گنگی جمع شود و حاصل گویا نشود.

(۴) عدد گویایی وجود ندارد که در عدد گنگی ضرب شود و حاصل گویا شود.

۳۶- اگر α و β هر دو گنگ بوده ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، آن‌گاه چه تعداد از اعداد $\alpha - \beta$, $\alpha + 2\beta$ و $3\alpha + 2\beta$ حتماً گنگ هستند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۵)

۰ (۱)

۳۷- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، در اثبات درستی گزاره $ab - ac - bc \geq a^2 + b^2 + c^2$ به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

$$(a - b)^2 + (a + c)^2 + (b - c)^2 \geq 0 \quad (۵)$$

$$(a - b)^2 + (a + c)^2 + (b + c)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(a + b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

۳۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر را نمی‌توان با مثال نقض رد کرد؟

(الف) میانگین اعداد طبیعی ۱ تا n برابر با $\frac{n+1}{2}$ است.

(ب) به ازای همه اعداد طبیعی n ، حداقل یکی از اعداد $2^n - 1$ و $2^n + 1$ عددی اول است.

(ج) حاصل ضرب سه عدد طبیعی و متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۳۹- فرض کنید n عددی حقیقی باشد. در اثبات حکم $x(14 - x) < 49$ به روش بازگشتی به کدام حکم بدیهی می‌رسیم؟

- ① $x^2 + 14 > 0$ ② $x^2 + 7 > 0$ ③ $(x - 7)^2 > 0$ ④ $(x + 7)^2 > 0$

۴۰- درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان، با مثال نقض رد کرد؟

- مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

- برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

- حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۶ است.

- مربع هر عدد فرد، فرد است.

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۴۱- در اثبات حکم $2(x + 2y + 3z) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 14$ به روش بازگشتی به کدام حکم بدیهی می‌رسیم؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

- ① $x^2 + y^2 + z^2 + 9 \geq 0$ ② $x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$
 ③ $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 \geq 0$ ④ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 \geq 0$

۴۲- کدام گزینه جمله زیر را کامل می‌کند؟

برای درستی گزاره $n^2 + 9n + 5$ به ازای هر عدد طبیعی n عددی فرد است می‌توان از روش استفاده کرد.

- ① رد - مثال نقض ② رد - برهان خلف ③ اثبات - برهان خلف ④ اثبات - در نظر گرفتن همه حالات

۴۳- کدام یک از اعداد زیر برای گزاره «اگر مجموع ارقام عددی به ۱۱ بخش پذیر باشد آن گاه خود آن عدد نیز بر ۱۱ بخش پذیر است» مثال نقض است؟

- ① ۵۷۶۱ ② ۵۶۶۵ ③ ۵۶ ④ ۹۹

۴۴- به ازای چند زوج مرتب ناصفر (x, y) حداقل یکی از دو روابط $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ یا $\frac{1}{x-y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ برقرار است؟ ($x, y \in \mathbb{R}, x \neq y$)

- ① ۰ ② بیشمار ③ ۱ ④ ۴

۴۵- «اگر مربع یک عدد طبیعی بر ۱۲ بخش پذیر باشد، آنگاه خود عدد نیز بر ۱۲ بخش پذیر است»، برای درستی این حکم از روش

..... استفاده می‌کنیم.

- ① اثبات - اثبات مستقیم ② اثبات - برهان خلف ③ رد - مثال نقض ④ رد - استدلال بازگشتی

۴۶- اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ اعدادی صحیح و $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ نیز همان اعداد ولی به ترتیبی دیگر باشند در این صورت عبارت $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) \dots (x_n - y_n)$ همواره است و روش اثبات آن به کمک می باشد. (n عددی فرد می باشد).

- ① فرد - برهان خلف
 ② فرد - در نظر گرفتن همه حالتها (روش اشباع)
 ③ زوج - برهان خلف
 ④ زوج - در نظر گرفتن همه حالتها (روش اشباع)

۴۷- برای کدام یک از گزاره های زیر مثال نقض وجود دارد؟

- ① مجموع دو عدد گنگ، گنگ است.
 ② مجموع دو عدد گویا، گویا است.
 ③ حاصل ضرب دو عدد گویا، گویا است.
 ④ حاصل ضرب یک عدد گویای غیر صفر در یک عدد گنگ، گنگ است.

۴۸- فرض کنید a عددی گویا و b عددی گنگ باشد، به طوری که ab عددی گویا باشد. حاصل $ab^2 + a^3 + 3$ کدام است؟

- ① ۰
 ② ۳
 ③ به طور یکتا به دست نمی آید.
 ④ چنین چیزی امکان ندارد.

۴۹- اثبات کدام قضیه ی زیر احتیاج به استدلال به روش برهان خلف ندارد؟

- ① عدد $\sqrt{5}$ گنگ است.
 ② از یک نقطه فقط یک خط موازی خط مفروض می توان رسم کرد.
 ③ در یک صفحه از یک نقطه خارج خط مفروض فقط یک خط می توان بر آن خط عمود کرد.
 ④ مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب ۸ یک واحد بیشتر است.

۵۰- برای اثبات حکم $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ از استفاده می کنیم.

- ① درستی - برهان خلف
 ② درستی - روش بازگشتی
 ③ نادرستی - مثال نقض
 ④ نادرستی - روش بازگشتی

۵۱- چند جفت از گزاره های زیر هم ارز نیستند؟

- (۱) $\frac{x}{y} > 0, xy > 0$
 (۲) $x^2 > y^2, x > y$
 (۳) $x^3 y^4 > 0, x^4 y^3 > 0$
 (۴) $x^3 > y^3, x > y$

- ① صفر
 ② ۱
 ③ ۲
 ④ ۳

۵۲- کدام یک از گزاره های زیر مثال نقض ندارد؟

- ① به ازای تمام اعداد حقیقی a, b, c اگر $ac > bc$ آن گاه $a > b$.
 ② اگر p اول باشد، آن گاه $p + 1$ نمی تواند اول باشد.
 ③ برای هر عدد حقیقی نامنفی x ، نامساوی $x \leq x^3$ برقرار است.
 ④ برای هر عدد حقیقی بزرگ تر از ۱ مانند x ، نامساوی $\frac{1}{x} < x$ برقرار است.

۵۳- a_1 و a_2 و a_3 عددهایی صحیح هستند و b_1 و b_2 و b_3 هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته اند. آنگاه $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3) \dots$

- ① همواره زوج است. ② همواره فرد است.
 ③ فقط در حالتی که a_1 و a_2 و a_3 زوج باشند، زوج است. ④ اگر a_1 و a_2 و a_3 فرد باشند، فرد است.

۵۴- کدام یک از گزاره های زیر را نمی توان به روش برهان خلف اثبات کرد؟

- ① اگر a_1, a_2, a_3 عددهای صحیح باشند و b_1, b_2, b_3 هم همان اعداد ولی با ترتیبی دیگر باشند آنگاه $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.
 ② اگر x یک عدد گنگ باشد آنگاه $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.
 ③ برای هر عدد طبیعی n عبارت $2^{2^n} + 1$ همواره اول است.
 ④ اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد ولی g در $x = a$ ناپیوسته باشد آنگاه $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.

۵۵- فرض کنید می خواهیم با در نظر گرفتن همه حالات اثبات کنیم که عدد $7 + 5n - n^2$ عددی فرد است. اگر $n = 2k - 1$ باشد، آنگاه باید نشان دهیم کدام یک از عبارات زیر عددی فرد است؟

- ① $4k^2 - 10k + 7$ ② $4k^2 - 14k + 13$ ③ $4k^2 - 12k + 9$ ④ $4k^2 - 6k + 3$

۵۶- به جای k کدام گزینه را قرار دهیم تا مثال نقض مناسبی برای حکم «اگر مربع یک عدد به صورت $6k + 1$ باشد، خود عدد، عددی اول است» باشد؟

- ① ۸ ② ۱۰۴ ③ ۱۰۰ ④ ۴

۵۷- چه تعداد از احکام زیر مثال نقض ندارند؟

۱. به ازای هیچ عدد اول p ، $p + 1$ اول نیست.
 ۲. اگر $x \geq y$ آنگاه $\frac{y}{x} \leq 1$
 ۳. عدد $2 + p^{p+1}$ به ازای تمام مقادیر اول p ، مرکب است.
 ۴. اگر n عدد صحیح زوج باشد، $1 + n^2$ بر ۵ بخش پذیر است.

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۵۸- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد به صورت $6k + 1$ ، عددی اول است» را نقض می کند؟ ($k \in N$)

- ① ۴۳ ② ۶۲ ③ ۳۶ ④ ۴۹

۵۹- رابطه ی $n! < 2^n$ به ازای چند مقدار طبیعی n دارای مثال نقض است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ بیش تر از ۳ تا

۶۰ - کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر x و y هردو گنگ باشند، $x + y$ می تواند گویا باشد.
 (۲) اگر $x + y$ گویا باشد، x یا y گویا است.
 (۳) اگر x و y گویا باشند، $x \pm y$ گویا است.
 (۴) اگر x گنگ و y گویا، $x \pm y$ گنگ است.



WWW.20SHOO.IR