



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

http://www.20shoo.ir

Considérons les deux fonctions rationnelles :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Notons :

$$(x+1)(x-1)=0 \iff (x=-1 \text{ ou } x=1);$$

$$(x-1)(x-2)=0 \iff (x=2 \text{ ou } x=1);$$

Nous en déduisons :

$$D_f = D_g = D_{f \pm g} = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$$

Soit la différence des deux fonctions : $h(x) = f(x) - g(x)$

Pour tout réel x de D_h nous avons :

$$h(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)} - \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Nous en déduisons successivement :

$$h(x) = \frac{(6x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)(x-2)} - \frac{(3x-7)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{(6x^2 - 12x + 2x - 4) - (3x^2 + 3x - 7x - 7)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-1)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

Pour tout réel x de D_h nous avons $x-1 \neq 0$

$$h(x) = \frac{3(x-1)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)} \rightarrow \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

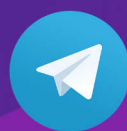
$$h(x) = \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و شو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir



telegram

@ir20shoo



WWW.20SHOO.IR

ریاضیات گسسته دوازدهم فصل اول درس اول تشریحی

آشنایی با نظریه اعداد

۱ - آیا اعدادی صحیح مانند x و y وجود دارند که:

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2$$

۲ - عددی حقیقی مانند x ارائه کنید به طوری که $x^3 < x^2$.

۳ - گزاره‌های زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

الف) اگر x و y دو عدد حقیقی (مخالف صفر) باشند داریم:

$$(I) \quad x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

ب) برای هر سه عدد حقیقی x و y و z داریم:

$$(II) \quad x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$$

۴ - درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.

۵ - درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارد که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.

۶ - ثابت کنید اگر a برابر مجموع مربع‌های ۲ عدد صحیح باشد. $2a$ نیز برابر مجموع مربع‌های دو عدد صحیح است.

۷ - برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$$

۸ - درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

۹ - ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

۱۰- گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:

(برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)

۱۱- گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض آن ها را رد کنید.

الف) مربع و مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.

ب) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.

۱۲- آیا مقادیر حقیقی و ناصفر a و b چنان وجود دارند که:

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (a+b \neq 0)$$

۱۳- اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ و $\alpha + 2\beta$ گنگ هستند.

۱۴- ثابت کنید هر عدد فرد برابر تفاضل مربع های دو عدد صحیح است.

۱۵- ثابت کنید اگر n برابر حاصلضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه $n + 1$ مربع کامل است.

۱۶- ثابت کنید اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $a + b$ عددی فرد باشد آنگاه ab عددی زوج است.

۱۷- اگر n عددی صحیح و n^2 عددی فرد باشد آنگاه n نیز فرد است.

۱۸- ثابت کنید مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.

۱۹- ثابت کنید معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ در مجموعه اعداد فرد جواب ندارد.

۲۰- ثابت کنید $\sqrt{5} + \sqrt{7} < 2\sqrt{6}$.

۲۱- اگر n عددی صحیح باشد آنگاه $n^2 + 5n$ عددی زوج است.

۲۲- اگر n عددی صحیح و n^3 زوج باشد آنگاه n نیز زوج است.

۲۳- با فرض اینکه $\sqrt{6}$ عددی گنگ است ثابت کنید عدد $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.

۲۴- ثابت کنید کوچکترین عدد حقیقی مثبت وجود ندارد.

۲۵- فرض کنید $x \neq 0$ عددی گویا و y عددی گنگ باشد ثابت کنید xy عددی گنگ است.

۲۶- فرض کنید xy عددی گنگ باشد، ثابت کنید حداقل یکی از اعداد x و y عددی گنگ است.

۲۷- ثابت کنید اگر n^2 مضرب ۸ باشد آنگاه n مضرب ۴ است.

۲۸- ثابت کنید حاصلضرب هردو عدد فرد متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.

۲۹- اگر مجموع سه عدد صحیح برابر ۴۷ باشد ثابت کنید حداقل یکی از این سه عدد بزرگتر یا مساوی ۱۶ است.

۳۰- درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

(الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

(ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$.

(پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$.

(ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

۳۱- ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می‌شود.

۳۲- به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.

۳۳- اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.

۳۴- ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

۳۵- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$.

۳۶- به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

۳۷- گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید.

الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.

۳۸- اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.

۳۹- ثابت کنید در بازه $(0, 1)$ عضوی که در همه اعضا بزرگتر باشد وجود ندارد.

۴۰- فرض کنید تابع f در $x = a$ پیوسته باشد ولی تابع g در $x = a$ پیوسته نباشد ثابت کنید $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.

۴۱- ثابت کنید $\log_5$ عددی گنگ است.

