



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و نو می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



Instagram

20shoo.ir



telegram

[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)



آشنایی با مقاطع مخروطی

- ۱- ثابت کنید هر نقطه روی عمود منصف پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.
- ۲- ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
- ۳- ثابت کنید هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله است روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.
- ۴- مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی در صفحه را مشخص کنید که بر خط d در نقطه ثابت A مماس‌اند.
- ۵- مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت r را مشخص کنید که بر خط d در صفحه مماس‌اند.
- ۶- مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی با شعاع ثابت r را مشخص کنید که بر دایره $C(O, R)$ در صفحه این دایره مماس خارجی‌اند.
- ۷- هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک (مقطع) حاصل چه شکل است؟
- ۸- مختصات مرکز و طول شعاع دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ را به دست آورید.
- ۹- حدود a را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ بتواند معادله یک دایره باشد.
- ۱۰- وضعیت هر یک از نقاط $A(-1, -1)$ و $B(1, -2)$ و $C(2, 3)$ و $D(4, -1)$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ تعیین کنید.
- ۱۱- در یک بیضی مساحت مثلث متساوی‌الساقینی که رأس آن کانون F و قاعده آن کوتاه‌ترین وتر کانونی F' است را به دست آورید.
- ۱۲- مختصات رأس سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 5$ را به دست آورید.
- ۱۳- معادله دایره‌ای که در ربع اول بر محورهای مختصات مماس باشد را بنویسید. معادله دایره‌ای که در ربع دوم و سوم و چهارم بر محورهای مختصات مماس باشد.
- ۱۴- معادله $mx^2 + 5y^2 + 20x - 10y + n + 1 = 0$ بازای چه حدودی از m و n معادله دایره است؟
- ۱۵- اگر معادله $x^2 + y^2 + ax - 2y + 4 = 0$ نمایش یک نقطه باشد، a را بیابید.
- ۱۶- درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.

ب) معادلهٔ ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادلهٔ یک دایره است. اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 < 4c$ باشد.

پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.

۱۷ - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار a برابر است.

ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس می نامیم.

پ) اگر مجموع فواصل نقطهٔ A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطهٔ A در بیضی است.

ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از خواهد گذشت.

۱۸ - درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابه جایی دارد.

ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 2$ باشد آنگاه $|2A| = 16$ است.

پ) مکان هندسی مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت r که بر دایرهٔ $C(O, r)$ در صفحهٔ این دایره مماس خارج اند، دایرهٔ $C'(O, 2r)$ است.

ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود.

۱۹ - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ m-1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.

ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 5$ باشد آنگاه $|\frac{1}{3}A|$ برابر است.

پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است.

ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

۲۰- درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$ اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.

ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله یک دایره است.

۲۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر است.

ب) اگر صفحه P با مولد (d) موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک است.

پ) در بیضی، در حالتی که $\frac{c}{a} = 0$ بیضی به تبدیل می‌شود.

۲۲- ثابت کنید هر نقطه که از دو سر یک پاره خط، یک فاصله باشد، حتماً روی عمود منصف آن است.

۲۳- ثابت کنید مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه ثابت A و B در صفحه به یک فاصله‌اند، عمود منصف AB است.

۲۴- ثابت کنید مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، نیمساز آن زاویه است.

۲۵- دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.

۲۶- مکان هندسی نقاطی از صفحه را مشخص کنید که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله‌اند.

۲۷- نقاط A, B, C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).

۲۸- نقاط A و B و C در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

۲۹- هرگاه دو خط d و ℓ موازی باشند، از دوران d حول ℓ سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح استوانه‌ای می‌نامیم. حال فرض کنید صفحه p ، یک سطح استوانه‌ای را قطع کند. در حالت‌های مختلف درباره سطح مقطع حاصل بحث کنید (چهار حالت).

۳۰- معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1, 1)$ مرکز آن و $A(3, 2)$ نقطه‌ای از آن باشد.

۳۱- کدام یک از روابط زیر می‌تواند معادله یک دایره باشد؟ مختصات مرکز و طول شعاع دایره‌ها را به دست آورید و دایره را رسم کنید.

الف) $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 1 = 0$

ب) $x^2 + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$

ج) $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 2 = 0$

۳۲- وضعیت هر یک از خطوط و دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

الف) $3x + 4y = 0$, $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$

ب) $x + y = 1$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

۳۳- وضعیت هر یک از خطوط و دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید:

الف) $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 2$

ب) $x + y = 4$, $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$

۳۴- معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(2, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط $3x + 4y = 0$ مماس باشد.

۳۵- در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.

۳۶- وضعیت هر یک از جفت دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

الف) $x^2 + (y - 1)^2 = 1$, $(x - 1)^2 + y^2 = 1$

ب) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$

۳۷- وضعیت هر یک از جفت دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید:

الف) $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 2x = 4$

ب) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 3\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y + 5 = 0$

۳۸- وضعیت هر یک از جفت دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید:

الف) $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$, $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0$

ب) $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

۳۹- وضعیت هر یک از جفت دایره‌های زیر را نسبت به هم مشخص کنید:

الف) $x^2 + y^2 - 2x = 1$, $x^2 + y^2 = 1$

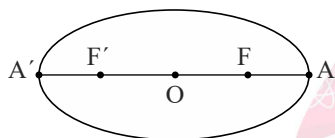
ب) $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$

۴۰- معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-1, 1)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس بیرونی باشد.

۴۱- ثابت کنید نقطه برخورد دو محور تقارن بیضی مرکز تقارن آن می‌باشد.

۴۲- ثابت کنید عمود منصف FF' محور تقارن بیضی است.

۴۳- در یک بیضی با کانون‌های F و F' محور کانونی در یک بیضی، آن را در دو نقطه A و A' قطع می‌کند. ثابت کنید: $AF = A'F'$



۴۴- در بیضی شکل مقابل ثابت کنید وسط FF' بر وسط AA' منطبق است.

۴۵- ثابت کنید در بیضی طول قطر بزرگ $AA' = 2a$ می‌باشد.

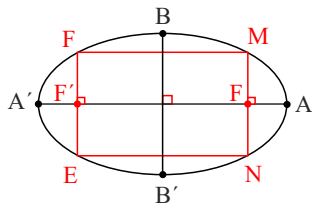
۴۶- نقاط B و B' دو سر قطر کوچک یک بیضی هستند. ثابت کنید اندازه قطر کوچک برابر است با: $BB' = 2\sqrt{a^2 - c^2}$

۴۷- در بیضی با عدد ثابت $2a$ ، طول قطر کوچک $2b$ و فاصله کانونی $2c$ ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$

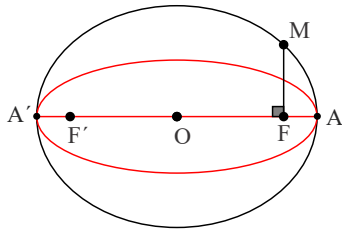
۴۸- یک بیضی بر خط‌های $x = 2$, $x = -4$, $y = 3$ و $y = -1$ مماس است. مساحت چهارضلعی محاطی حاصل از به هم وصل کردن رأس‌های آن را به دست آورید.

mahdihashem

۴۹- در شکل مقابل طول قطر بزرگ برابر ۴۰ و طول قطر کوچک برابر ۲۴ می باشد. محیط و مساحت مستطیل $MNEF$ را به دست آورید.



۵۰- قطر دایره C ، مانند شکل قطر بزرگ بیضی است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.



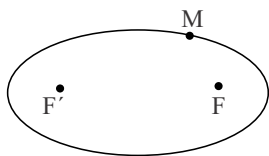
۵۱- در یک بیضی با خروج از مرکز e ثابت کنید اندازه قطر کوچک برابر است با: $BB' = 2a\sqrt{1-e^2}$

۵۲- ثابت کنید در یک بیضی با خروج از مرکز e ، طول کوتاه ترین وتر کانونی برابر است با: $2a(1-e^2)$

۵۳- در یک بیضی فاصله یک کانون از دورترین نقطه بیضی دو برابر فاصله کانون دیگر از نزدیک ترین نقطه آن است.
الف) خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.
ب) نسبت قطر کوچک به قطر بزرگ بیضی را محاسبه کنید.

۵۴- نقاط $F'(2 - \sqrt{5}, 0)$ و $F(2 + \sqrt{5}, 0)$ دو کانون یک بیضی و $A(5, 0)$ نقطه ای از آن است. خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.

۵۵- در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون های F و F' مشخص شده اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $MF' = MN$



۵۶- ثابت کنید اگر M نقطه ای درون بیضی باشد آن گاه مجموع فواصل M از دو کانون کمتر از $2a$ است.

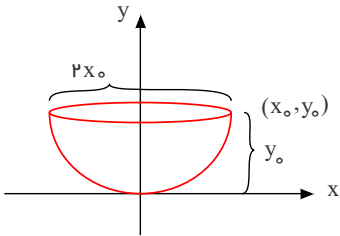
۵۷- ثابت کنید اگر M نقطه ای بیرون بیضی باشد آن گاه مجموع فواصل M از دو کانون بیشتر از $2a$ است.

۵۸- ثابت کنید خطی که از کانون بر خط هادی سهمی عمود می شود محور تقارن آن است؟

۵۹- ثابت کنید اندازه وتر کانونی یک سهمی با فاصله کانونی a برابر $4a$ است.

۶۰- معادله مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه $(1, -2)$ و خط $x = 3$ به یک فاصله اند را به دست آورید.

۶۱- یک دانش آموز با دیدن دو دیش مخابراتی با ابعاد متفاوت و مشاهده فاصله کانونی متفاوت آن به این فکر افتاد که چگونه می توان با داشتن یک دیش فاصله کانونی آن را به دست آورد. او از معلمش خواست که فرمولی برای محاسبه فاصله کانونی یک دیش به او بگوید. معلم به او گفت: باید قطر دهانه دیش را در خودش ضرب کرد و حاصلضرب را بر اندازه گودی (عمق) دیش تقسیم کرد و عدد حاصل را بر ۱۶ تقسیم کرد. حاصل فاصله کانونی دیش است. دلیل درستی این دستور را با توجه به سهمی رسم شده در شکل مقابل و فرمول سهمی توضیح دهید.



۶۲- معادله $y^2 = 6x$ مربوط به چه شکلی است؟ آن را مشخص نمایید.

۶۳- معادله سهمی را بنویسید که رأس $S(1, 2)$ و کانون $F(1, -2)$ باشد.

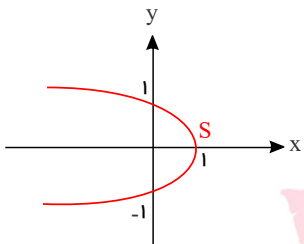
۶۴- معادله سهمی به رأس $A(2, 1)$ و کانون $F(2, 5)$ را بیابید و معادله خط هادی آن را بنویسید.

۶۵- مختصات کانون و همچنین معادله سهمی را به رأس $A(4, 6)$ و خط هادی $x = 9$ بنویسید.

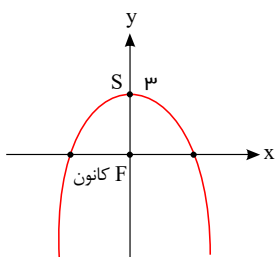
۶۶- معادله سهمی با کانون $F(2, -\frac{7}{2})$ و خط هادی $y = -\frac{5}{2}$ را به دست آورید.

۶۷- اگر مختصات کانون یک سهمی $(-2, 3)$ و معادله خط هادی آن $x = 6$ باشد مختصات رأس سهمی را به دست آورید و آن را رسم کنید.

۶۸- در شکل زیر معادله سهمی و خط هادی آن را به دست آورید.



۶۹- در شکل مقابل، سهمی محور x ها را در چه نقاطی قطع می کند؟



۷۰- نمودار معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را رسم کنید.

۷۱- مختصات کانون سهمی به معادله $x^2 = 4(x + 2y + 3)$ را به دست آورید.

۷۲- معادله محور تقارن سهمی به معادله $y = -2x^2 + 4x - 3$ را به دست آورید.

۷۳- معادله یک سهمی به صورت $y = x^2 + 3x + 5$ داده شده است. آن را به یکی از حالت‌های متعارف تبدیل کنید و کانون و خط هادی و محور سهمی را مشخص نمایید.

۷۴- سهمی $y^2 = 2x - 4y$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و آن را رسم کنید. همچنین مختصات نقاط برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.

۷۵- محور یک سهمی موازی محور y ها و مختصات کانون آن $F(2, -\frac{7}{2})$ است. اگر دهانه سهمی رو به پایین و فاصله کانونی آن برابر یک باشد. معادله ضمنی سهمی را به دست آورید.

۷۶- طول وترى که از کانون سهمی $y^2 + 4x = 3 + 2y$ گذشته و بر محور کانونی عمود است را به دست آورید.

۷۷- معادله وتر مشترک سهمی‌های $x + y^2 = 0$ و $y^2 = x + 2y$ را به دست آورید.

۷۸- معادله خطی که از کانون سهمی $4x = x^2 + 2y + 10$ می‌گذرد را به دست آورید.

۷۹- اگر در سهمی به معادله $y = 2x^2 + mx - 3$ خط $x = 1$ محور تقارن باشد آن مقدار m را به دست آورید.

۸۰- معادله سهمی را بنویسید که $F(5, 3)$ کانون و $S(1, 3)$ رأس آن باشد.

۸۱- معادله سهمی را بنویسید که دارای خط هادی $x = 2$ می‌باشد و رأس آن نقطه $A(3, 4)$ می‌باشد.

۸۲- با چه شرطی معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله دایره است؟ با چه شرطی نمایش یک نقطه و با چه شرطی نقطه‌ای وجود ندارد که نمایش آن باشد؟

۸۳- معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش $O(1, 2)$ باشد و از خط $2x - y = 1$ و d وترى به طول $AB = 8$ جدا کند.

۸۴- حدود m را تعیین کنید که خط $3x - 4y + m = 0$ دایره $d: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ را قطع نکند؟

۸۵- معادله دایره‌ای را بنویسید بنام (C') که مرکزش $O'(5, 7)$ و بر دایره $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ مماس می‌باشد.

۸۶- فاصله نزدیکترین و دورترین نقطه $M(1, 2)$ از دایره $C: x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$ را بیابید.

۸۷- معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش روی خط $d: y = 3x - 8$ باشد و بر محورهای مختصات در ناحیه چهارم مماس باشد.

۸۸- معادله خطی را بنویسید که در نقطه $A(4, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 = 25$ مماس باشد.

۸۹- نقطه M روی بیضی با مقدار ثابت 10 می باشد، اگر حاصل ضرب فواصل M دو کانون بیضی 21 باشد، فاصله M از کانون ها را بیابید.

۹۰- ثابت کنید در دو بیضی دورترین و نزدیکترین نقاط روی بیضی از کانون ها برابر است با: $a + c$ و $a - c$.

۹۱- طول قطرهای یک بیضی 6 و 12 می باشد. طول OF چقدر است؟ (O مرکز و F کانون بیضی می باشد).

۹۲- ثابت کنید طول وتر کانون سهمی $|4a|$ می باشد.

۹۳- خط هادی سهمی $y = 3x$ به معادله $16y + 16 = -(x - 2)^2$ خط به معادله $y = 3x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟

۹۴- مکان هندسی هر یک از مجموعه نقاط زیر را مشخص کنید.

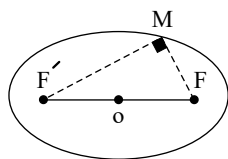
الف) نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله اند.

ب) مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماسند.

پ) مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت R که بر خط d در صفحه مماسند.

ت) مرکزهای همه دایره هایی با شعاع ثابت R که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی هستند.

۹۵- نقطه M روی بیضی به اقطار 6 و 10 واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر 4 واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث $MF'F'$ قائم الزاویه است، طول MF را به دست آورید. (F' و F کانون های بیضی هستند).

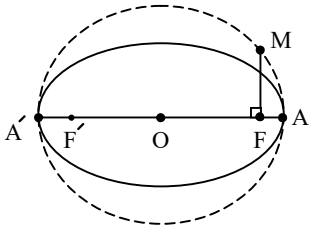


طبق فرض داریم: $b = 3 \rightarrow b^2 = 9$ و $a = 5 \rightarrow a^2 = 25$ و $2a = 10$

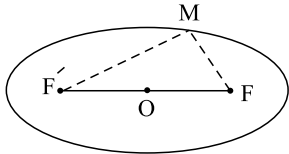
WWW.20SHOO.IR

۹۶- سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع 3 واحد دایره ای رسم می کنیم، معادله دایره را بنویسید و سپس مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.

۹۷- قطر دایره C مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده ایم تا دایره را در نقطه ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.



۹۸- نقطه M روی بیضی به اقطار ۱۰ و ۶ واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید مثلث $MF'F$ قائم الزویه است.



ب) طول MF را به دست آورید.

(F و F' کانون های بیضی هستند و $MF < MF'$).

۹۹- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) تنها یک نقطه وجود دارد که از سه نقطه متمایز A و B و C به یک فاصله است.

ب) هرگاه صفحه ای یک سطح مخروطی را قطع کند، فصل مشترک می تواند هذلولی باشد.

پ) همواره یک نقطه وجود دارد که از چهار نقطه متمایز در یک صفحه به یک فاصله است.

۱۰۰- درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و $rA = rB$ آن گاه داریم: $A = B$.

ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند، یک نیم خط عمود بر خط d در نقطه A است.

پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.

۱۰۱- نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).

۱۰۲- معادله دایره ای را بنویسید که از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد و $y = 2x - 1$ شامل قطری از آن باشد.

۱۰۳- معادله دایره ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.

mahdihashem

۱۰۴- معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = 6$ بر آن مماس باشد.

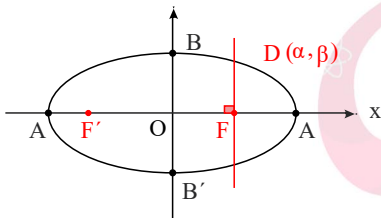
۱۰۵- نقاط $A(-1, -1)$ و $B(1, 1)$ و $C(1, -3)$ رئوس مثلث ABC هستند. معادله دایره محیطی مثلث ABC را بنویسید. سپس معادله مماس بر این دایره را در رأس B به دست آورید.

۱۰۶- معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.

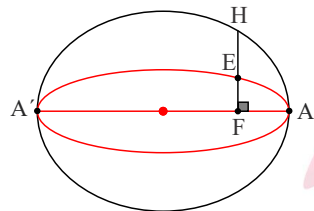
۱۰۷- M روی یک بیضی با کانون‌های F و F' به گونه‌ای قرار دارد که MF و MF' بر هم عمودند. ثابت کنید: $MF \times MF' = 2b^2$

۱۰۸- ثابت کنید در هر بیضی طول کوتاه‌ترین وتر کانونی برابر است با: $MN = \frac{2b^2}{a}$

۱۰۹- مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۲ است. اگر خطی که در نقطه F بر AA' عمود کرده‌ایم بیضی را در نقطه D قطع کرده باشد. مختصات D را به دست آورید.



۱۱۰- در شکل مقابل قطر دایره بر قطر بزرگ بیضی منطبق است. از کانون F عمودی بر محور کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی و دایره را به ترتیب در نقاط E و H قطع کند. ثابت کنید: $\frac{HF}{EF} = \frac{a}{b}$



۱۱۱- ثابت کنید مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دو دایره متداخل $C_1(O_1, R_1)$ و $C_2(O_2, R_2)$ مماس‌اند. یک بیضی می‌باشد.

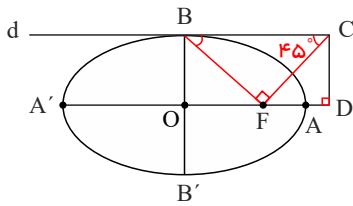
۱۱۲- خروج از مرکز بیضی را که در آن قطر کوچک واسطه هندسی بین قطر بزرگ و فاصله کانونی است به دست آورید.

۱۱۳- دو نقطه A و B روی یک بیضی و F و F' کانون‌های بیضی‌اند. A به کانون F' نزدیک‌تر و B به کانون F نزدیک‌تر است. اگر $AF' = BF$ باشد، نشان دهید:

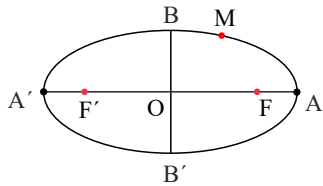
(الف) در حالتی که دو پاره‌خط AF و BF' یکدیگر را درون بیضی قطع نکنند با هم موازی‌اند.

(ب) در حالتی که AF و BF' یکدیگر را درون بیضی و در نقطه‌ای مانند M قطع کنند مثلث FMF' متساوی‌الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی است.

۱۱۴- در بیضی مقابل AA' و BB' در قطراند. خط d در نقطه B بر بیضی مماس است. پاره خط BF را رسم می‌کنیم و در نقطه F عمودی بر BF رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه C قطع کند و از C عمودی بر امتداد قطر بزرگ بیضی رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه‌ای مانند D قطع کند. اگر $\angle BCF = 45^\circ$ ، مقدار $\frac{AD}{AF}$ را به دست آورید.



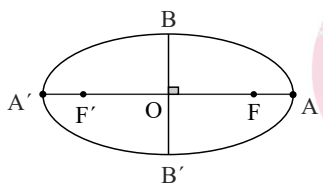
۱۱۵- نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید $OM = OF = OF'$.



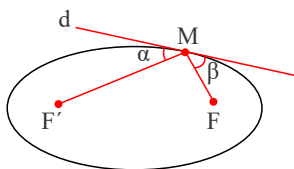
ب) نشان دهید مثلث MFF' قائم‌الزاویه است.

ت) طول‌های MF و MF' را به دست آورید.

$$OA = 5, OB = 3, OF = 4$$



۱۱۶- در بیضی مقابل طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه FBF' چند درجه است؟

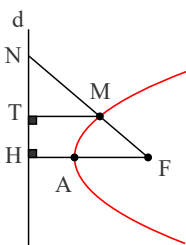


۱۱۷- فرض کنیم خط d مانند شکل مقابل در نقطه M بر بیضی مماس است. ۱- مجموع فواصل کدام یک از نقاط خط d نسبت به دو کانون F و F' کمترین مقدار را دارد؟ چرا؟

۲- دو زاویه α و β نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟

۳- اگر بدنه داخلی بیضی آینه‌ای باشد و از یکی از کانون‌های بیضی اشعه نوری بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس نور از کدام نقطه خواهد گذشت؟ چرا؟

۱۱۸- در شکل سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در



N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$

۱۱۹- ثابت کنید خط $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ بر سهمی به معادله $y^2 - 2y + x + 1 = 0$ مماس است و مختصات نقطه تماس را بیابید.

۱۲۰- سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.

۱۲۱- نقطه $S = (2, 1)$ رأس سهمی افقی با کانون F می‌باشد. اگر F روی خط $y = -x + 1$ قرار گیرد، مختصات F را مشخص کنید و سپس معادله سهمی را بنویسید.

۱۲۲- نقاط A, B, C و D در صفحه مفروض‌اند، نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک صفحه از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).

۱۲۳- دو دایره به شعاع‌های R و r هم‌مرکزند. مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر این دو دایره مماسند را بیابید.

۱۲۴- دایره‌ای به شعاع $\sqrt{5}$ در ربع چهارم قرار داشته و خط $x + y = 2$ قطر این دایره است، اگر دایره بر خط $y = 1 - 2x$ مماس باشد، معادله دایره را بیابید.

۱۲۵- از نقطه‌ای به طول ۱ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ ، بر دایره مماس رسم کرده‌ایم. معادله خط مماس را بیابید.

۱۲۶- در یک بیضی F, F' کانون‌ها و B و B' رأس‌های قطر کوچک هستند. اگر مساحت و محیط چهارضلعی $BFB'F'$ به ترتیب ۴۸ و $8\sqrt{10}$ باشد، خروج از مرکز بیضی را حساب کنید.

