



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

http://www.20shoo.ir

Considérons les deux fractions rationnelles

$$f(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)}$$

$$g(x) = \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Notons

$$(x+1)(x-1) = 0 \iff (x = -1 \text{ ou } x = 1)$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \iff (x = 2 \text{ ou } x = 1)$$

Nous en déduisons

$$D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$$

Pour tout réel x de $D_f \cap D_g$ nous avons :

$$f(x) \pm g(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)} \pm \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$$

Nous en déduisons successivement :

$$f(x) - g(x) = \frac{(6x+2)(x-2) - (3x-7)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$f(x) - g(x) = \frac{(6x^2 - 12x + 2x - 4) - (3x^2 + 3x - 7x - 7)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$f(x) - g(x) = \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-1)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

Pour tout réel x de $D_f \cap D_g$ nous avons $x-1 \neq 0$

$$f(x) - g(x) = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و نوا می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



[20shoo.ir](http://www.20shoo.ir)

Instagram



[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)

telegram



دایره

WWW.20SHOO.IR

۱- در مثلث متساوی الساقین ABC ، خط گذرا بر رأس A قاعده BC و دایره محیطی مثلث را در D و E قطع می‌کند. اندازه $AD \cdot AE$ برابر کدام است؟

- ۱ $BD \cdot BC$
 ۲ $CD \cdot CB$
 ۳ AC^2
 ۴ BC^2

۲- بر دایره‌های سه نقطه M و N و P را اختیار می‌کنیم و از A وسط کمان MN به B وسط کمان NP وصل می‌کنیم. این خط وترهای MN و NP را به ترتیب در C و D قطع می‌کند. نوع مثلث CND کدام است؟

- ۱ متساوی الاضلاع
 ۲ متساوی الساقین
 ۳ مختلف الاضلاع
 ۴ قائم الزاویه

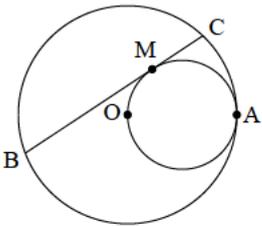
۳- دو دایره متخارج که طول مماس مشترک‌های خارجی و داخلی آن‌ها به ترتیب $3\sqrt{7}$ و $\sqrt{15}$ واحد و طول خط‌المکزی آن‌ها ۸ واحد است، مفروض‌اند. فاصله محل هم‌رسی مماس مشترک خارجی و خط‌المکزی از مرکز دایره کوچک‌تر کدام است؟

- ۱ ۴
 ۲ ۸
 ۳ ۱۲
 ۴ ۲۴

۴- وتر $AB = a$ در دایره‌ی C قرار دارد. اگر فاصله‌ی این وتر تا مرکز دایره را نصف کنیم، طول آن دو برابر می‌شود. مساحت دایره کدام است؟

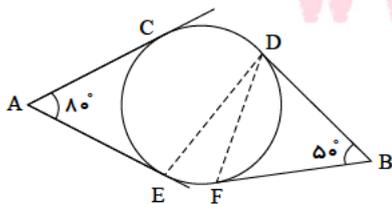
- ۱ $\frac{5}{2}\pi a^2$
 ۲ $\frac{3}{2}\pi a^2$
 ۳ $\frac{5}{4}\pi a^2$
 ۴ $2\pi a^2$

۵- در دایره‌ای به شعاع OA وتر BC مماس بر دایره‌ای به قطر OA رسم شده است. اگر $MB = 9$ و $MC = 2$ باشد، طول وتر MA کدام است؟



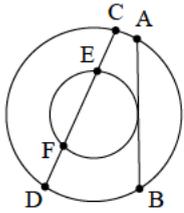
- ۱ $2\sqrt{2}$
 ۲ $2\sqrt{3}$
 ۳ $3\sqrt{2}$
 ۴ $3\sqrt{3}$

۶- در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند، اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد. زاویه \hat{EDF} چند درجه است؟



- ۱ ۲۵
 ۲ ۳۰
 ۳ ۳۵
 ۴ ۴۰

۷- در شکل مقابل، دو دایره هم‌مرکز و AB بر دایره کوچک‌تر مماس است. اگر $AB = 12$ و $EF = 9$ باشد، طول CD کدام است؟



۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۸- از نقطه P دو مماس عمود برهم بر دایره ای به شعاع دو رسم شده سطح بین دو مماس و محیط دایره چقدر است؟

$2 - \frac{\pi}{2}$ (۴)

$4 - \frac{\pi}{2}$ (۳)

$2\pi - 4$ (۲)

$4 - \pi$ (۱)

۹- اگر S مساحت مثلث ABC به اضلاع a, b, c باشد، رابطه بین S و شعاع دایره محیطی مثلث (R) کدام است؟

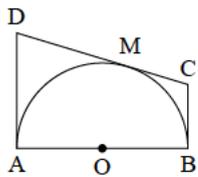
$R = \frac{abc}{2S}$ (۴)

$R = \frac{2S}{abc}$ (۳)

$R = \frac{abc}{4S}$ (۲)

$R = \frac{4S}{abc}$ (۱)

۱۰- از نقطه‌ی دلخواه M واقع بر نیم‌دایره $C(O, R)$ مماس بر آن رسم کنیم تا مماس‌های بر نیم‌دایره در نقاط A و B را به ترتیب در نقاط D و C قطع کند. اگر M روی نیم‌دایره حرکت کند حاصل ضرب $\frac{AD \cdot BC}{AD + BC}$ برابر است با:



$\frac{R}{3}$ (۴)

$\frac{R}{2}$ (۳)

R (۲)

$2R$ (۱)

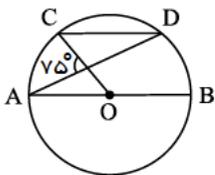
۱۱- مربع $ABCD$ به ضلع ۴ واحد، مفروض است. شعاع دایره‌ی گذرا بر دو راس A و B و مماس بر ضلع CD کدام است؟

۳ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۲٫۵ (۲)

۲٫۲۵ (۱)



$\frac{8\pi}{3}$ (۴)

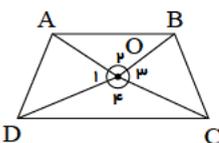
$\frac{16\pi}{3}$ (۳)

$\frac{8\pi}{9}$ (۲)

$\frac{16\pi}{9}$ (۱)

۱۲- در دایره $C(O, 4)$ اگر $CD \parallel AB$ باشد، طول کمان CD برابر کدام است؟

۱۳- دوزنقه $ABCD$ یک چهارضلعی محیطی است. اگر O مرکز دایره محاطی آن باشد، $\hat{O}_P + \hat{O}_F$ چند درجه است؟



120° (۲)

90° (۱)

180° (۴)

135° (۳)

۱۴- دوزنقه متساوی الساقین بر دایره ای محیط است، اگر ساق دوزنقه ۲ برابر قاعده کوچک باشد، دوزنقه کدام زاویه را حتماً دارد؟

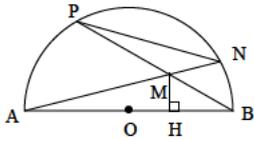
75° (۴)

60° (۳)

45° (۲)

30° (۱)

۱۵- در نیم‌دایره‌ی شکل مقابل به مرکز O ، می‌دانیم $MH \perp AB$ و $MH = MN$. اگر زاویه‌ی بین MN و MH برابر 118° باشد، زاویه‌ی بین امتداد وتر PN و امتداد قطر AB کدام است؟



۶° (۲)

۸° (۱)

۴° (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲

۱۶- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟

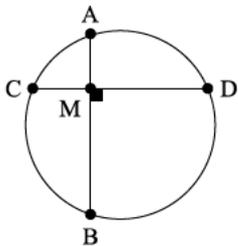
$\frac{5}{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۱۷- در دایره $C(O, R)$ ، وترهای AB و CD در نقطه M بر یکدیگر عمودند. اگر $4AM = 3CM = MB = 6$ باشد، آنگاه اندازه قطر دایره کدام است؟



$\frac{5\sqrt{10}}{4}$ (۲)

$\frac{5\sqrt{10}}{2}$ (۱)

$\frac{5\sqrt{5}}{4}$ (۴)

$\frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۳)

۲

۱۸- دوزنقه متساوی‌الساقین به طول قاعده‌های ۶ و $\frac{22}{3}$ واحد بردایره‌ای محیط است، کوتاهترین فاصله راس دوزنقه تا نقاط دایره چند واحد است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۹- دو دایره به شعاع‌های $R = 10$ و $r = 6$ هم مرکزند. نقطه‌ی A بر دایره‌ی بزرگتر قرار دارد، اگر x طول وتر گذرنده از رأس A باشد و بین دو دایره قرار گیرد، کدام درست است؟

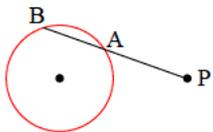
$8 < x < 16$ (۴)

$9 < x < 16$ (۳)

$6 < x < 10$ (۲)

$8 < x < 10$ (۱)

۲۰- بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی P تا یک دایره، سه برابر شعاع دایره است. از این نقطه قاطع PAB نسبت به دایره رسم شده است. اگر کمان AB برابر 60° درجه باشد، اندازه‌ی PA چند برابر شعاع دایره است؟

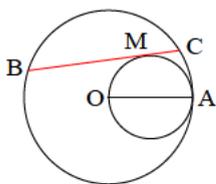


$\frac{1}{2}(\sqrt{13} - 1)$ (۲)

$\frac{1}{2}(\sqrt{11} - 1)$ (۱)

$\sqrt{13} - 2$ (۴)

$\sqrt{11} - 2$ (۳)



۲۱- در دایره‌ای به شعاع OA وتر BC مماس بر دایره‌ای به قطر OA رسم شده است. مقدار $MC \times MB$ برابر کدام است؟

- MA^2 (۱) MO^2 (۱)
 $MA \cdot MO$ (۴) OA^2 (۳)

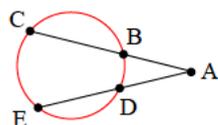
۲۲- شعاع دایره‌ای که در سطح محصور به سه دایره مماس بر هم به شعاع واحد محاط شده است، چقدر است؟

- $\frac{2\sqrt{3}-3}{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-3$ (۳) $2\sqrt{3}-3$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۲۳- مساحت دایره محیطی هشت ضلعی منتظم به ضلع دو کدام است؟

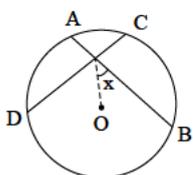
- $4\pi(2 + \sqrt{2})$ (۴) $4\pi(1 + \sqrt{2})$ (۳) $2\pi(2 + \sqrt{2})$ (۲) $\pi(2 + \sqrt{2})$ (۱)

۲۴- در شکل زیر $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AE} = \frac{9}{16}$. اگر مجموع AC و AE برابر ۱۸۰ باشد، مجموع طول دو وتر BC و DE کدام است؟



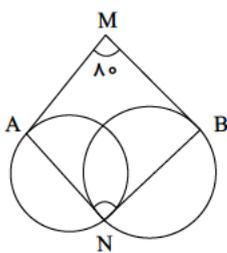
- ۹۶ (۲) ۹۵ (۱)
 ۹۹ (۴) ۹۸ (۳)

۲۵- در شکل، O مرکز دایره است. اگر $AB = CD$ و $\widehat{AD} = 40^\circ$ باشد، زاویه x چند درجه است؟



- 60° (۲) 50° (۱)
 80° (۴) 70° (۳)

۲۶- مطابق شکل، از نقطه M دو مماس بر دایره‌های $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ رسم کرده‌ایم. \widehat{ANB} کدام است؟



- 90° (۲) 100° (۱)
 40° (۴) 80° (۳)

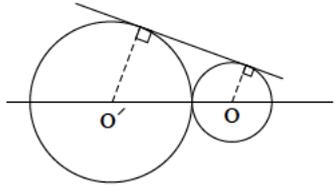
۲۷- دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۵ واحد مماس داخلی هستند. چند وتر به طول $4\sqrt{6}$ در دایره بزرگ‌تر می‌توان رسم کرد که بر دایره کوچک‌تر مماس باشند؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۸- اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- ۱) ۷٫۲ ۲) ۷٫۵ ۳) ۸ ۴) ۹

۲۹- دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس برهم‌اند. دایره به قطر OO' با مماس مشترک خارجی در نقطه تماس M مشترک‌اند. فاصله M از نقطه تماس دو دایره، کدام است؟

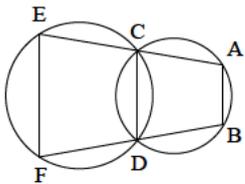


- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۷٫۵ ۴) ۶٫۵

۳۰- در مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع $\sqrt{3}$ واحد، طول خط‌المرکزین دو دایره‌ی محیطی و محاطی خارجی آن کدام است؟

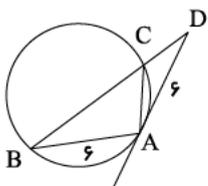
- ۱) ۲ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{5}{2}$

۳۱- در شکل مقابل اگر $AB = 3$ و $EF = 12$ و $AE = 6$ و $BF = 8$ باشد، و M در تقاطع BF و AE باشد، محیط مثلث MEF کدام است؟



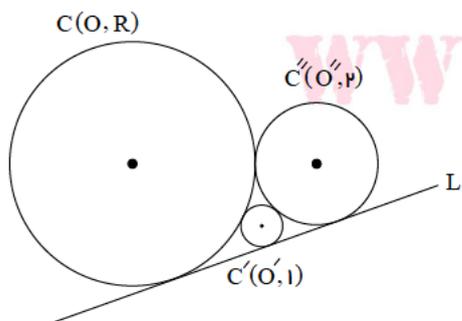
- ۱) $\frac{56}{3}$ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{92}{3}$ ۴) $\frac{86}{3}$

۳۲- در شکل مقابل AD بر دایره مماس است. $AB = AD = 6$ و محیط مثلث ABC برابر است با ۱۶. اندازه BC چقدر است؟



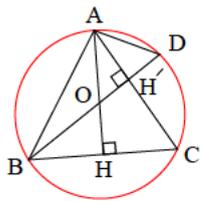
- ۱) ۶٫۴ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۳٫۶

۳۳- در شکل مقابل، سه دایره دوه‌دوم مماس خارج‌اند و خط L بر هر سه دایره مماس است. اندازه R کدام است؟



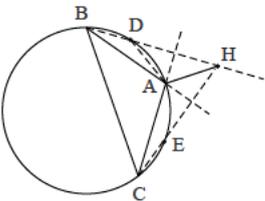
- ۱) $6 + 4\sqrt{2}$ ۲) $6 + 2\sqrt{2}$ ۳) $8 + 2\sqrt{2}$ ۴) $8 + 4\sqrt{2}$

WWW.20SHOO.IR



۳۴- در شکل رو به رو، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه‌ی \widehat{AOD} برابر کدام است؟

- ① \widehat{OBC}
 ② \widehat{CAD}
 ③ \widehat{OAC}
 ④ \widehat{ADO}

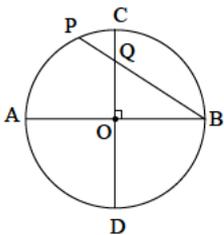


۳۵- در شکل مقابل، نقطه‌ی H محل تلاقی ارتفاعات مثلث ABC است. \widehat{AHD} با کدام زاویه برابر است؟

- ① \widehat{CAE}
 ② \widehat{ABC}
 ③ \widehat{ADH}
 ④ \widehat{AHC}

۳۶- دو دایره نامساوی به مرکزهای O و O' مماس خارج‌اند. دایره‌ای به قطر OO' با مماس مشترک خارجی این دو دایره، کدام وضعیت را دارد؟

- ① متقاطع
 ② مماس
 ③ متخارج
 ④ نامشخص

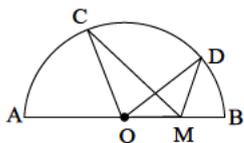


۳۷- مطابق شکل AB قطر دایره است. اگر Q وسط OC باشد و $AB \perp CD$ باشد، اندازه‌ی PQ کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}R$
 ② $\frac{3}{2\sqrt{5}}R$
 ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}R$
 ④ $\frac{2\sqrt{5}}{3}R$

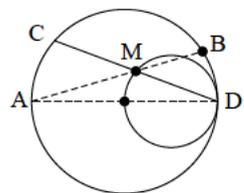
۳۸- در شکل زیر، O مرکز نیم‌دایره‌ی M روی قطر است. نقاط C و D چنان بر روی نیم‌دایره انتخاب شده‌اند که $\widehat{OCM} = \widehat{ODM} = 20^\circ$ ، اگر

$\widehat{AC} = 50^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی \widehat{DMB} چقدر است؟



- ① 60°
 ② 45°
 ③ 20°
 ④ 80°

۳۹- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و طول کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ کدام است؟



- ① ۸
 ② ۶
 ③ ۱۲
 ④ ۹

۴۰- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۸ مماس درون هستند. طول بزرگ‌ترین وتر از دایره بزرگ‌تر که بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، کدام است؟

- ① $\sqrt{15}$
 ② $4\sqrt{15}$
 ③ $2\sqrt{15}$
 ④ $\sqrt{30}$

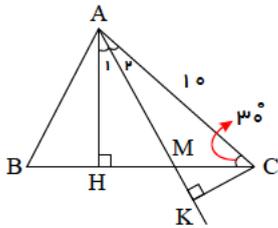
۴۱- ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین $ABCD$ ($AD = BC$) بر دایره‌ای به شعاع R محیط است، کدام رابطه صحیح است؟

- ① $AB \times CD = 4R^2$ ② $AB^2 + AC^2 = 4R^2$ ③ $AB + CD = 4R$ ④ $AB \times CD = 2R^2$

۴۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) نقطه O در امتداد AC مرکز دایره‌ای است که در نقطه B بر ضلع AB مماس است و امتداد BC این دایره را در D قطع کرده است. مثلث OCD چگونه است؟

- ① متساوی‌الساقین ② قائم‌الزاویه ③ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین ④ غیر مشخص

۴۳- در مثلث ABC ، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. نیمساز زاویه‌ی HAC را رسم کرده و از C عمود CK را بر آن رسم می‌کنیم. محیط چهارضلعی $AHKC$ کدام است؟

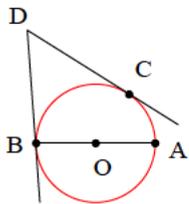


- ① ۴۵ ② ۲۰ ③ ۳۰ ④ ۲۵

۴۴- دایره C_1 داخل دایره C_2 قرار دارد، به طوری که با آن هم‌مرکز است. اگر طول وتر C_1 بر C_2 مماس است، $2\sqrt{5}$ باشد، مساحت محصور بین دو دایره کدام است؟

- ① $\sqrt{5}\pi$ ② 10π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 5π

۴۵- در شکل مقابل AB قطر و DB و DC مماس دایره‌اند اگر $AC = 6$ و $BC = 8$ باشد، طول DB کدام است؟



- ① $\frac{20}{7}$ ② $\frac{19}{3}$ ③ ۷ ④ $\frac{20}{3}$

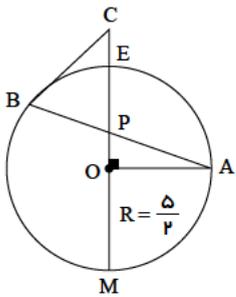
۴۶- اگر شعاع‌های دو دایره $3x - 2$ ، $2x^2 + 1$ و طول خط‌المركزین آن‌ها $x^3 + x^2 + 1$ و طول مماس مشترک خارجی آن‌ها ۱۲ سانتی‌متر باشد، اندازه x کدام است؟

- ① ۲ ② ۱ ③ ۴ ④ ۳

۴۷- دو دایره مماس داخلی با نسبت شعاع‌های $\frac{1}{4}$ می‌باشد. از مرکز دایره کوچکتر بر خط‌المركزین آنها عمودی رسم شده و در یک طرف دو دایره را

در A و B قطع کرده است. اگر $AB = 3 - \sqrt{3}$ باشد شعاع دایره بزرگتر کدام است؟

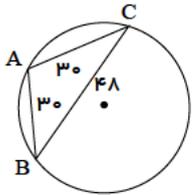
- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{6}$



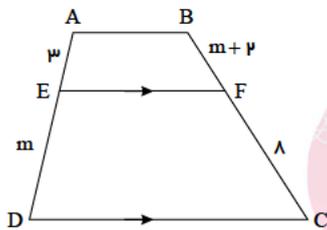
۴۸- در شکل مقابل شعاع دایره O مرکز دایره و B نقطه‌ی تماس است. اگر $BC = 6$ و شعاع دایره $\frac{5}{2}$ باشد، طول PE کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$
- ۲) $\frac{1}{2}$
- ۳) 2
- ۴) $\frac{7}{2}$
- ۵) $\frac{1}{2}$

۴۹- در شکل مقابل شعاع دایره چقدر است؟



- ۱) ۴۵
- ۲) ۵۰
- ۳) ۲۵
- ۴) ۳۰



۵۰- اگر دوزنقه مقابل محیط بر یک دایره بوده و مساحت آن برابر ۴۲ باشد، ارتفاع آن چقدر است؟

- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۶

۵۱- وتر یک مثلث قائم الزاویه ۱۰ سانتی‌متر و شعاع دایره‌ی محاطی داخلی آن ۱ سانتی‌متر است، مجموع دو ضلع قائمه آن کدام است؟

- ۱) ۶
- ۲) ۱۲
- ۳) ۱۴
- ۴) ۱۶

۵۲- دو دایره متقاطع در نقطه A مشترک‌اند. خط گذرا بر A دو دایره مفروض را در B و C قطع می‌کند. مماس‌ها بر هر دایره در B و C در نقطه M متقاطع‌اند. در مثلث MBC با چرخش خط قاطع، کدام جزء ثابت می‌ماند؟

- ۱) MA
- ۲) محیط
- ۳) مساحت
- ۴) زاویه \widehat{BMC}

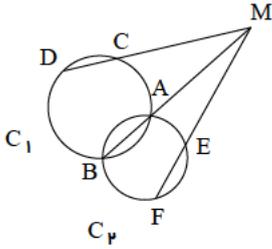
۵۳- ارتفاع AA' و BB' و CC' از مثلث ABC را رسم می‌کنیم. این ارتفاعات مثلث $A'B'C'$ هستند.

- ۱) میانه‌های
- ۲) نیمسازهای
- ۳) عمودمنصف‌های
- ۴) ارتفاع‌های

۵۴- دو دایره به شعاع‌های R و R' مماس خارجند. با تغییر مکان دایره C' ، شکل حاصل از جابجایی محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی کدام است؟ ($R > R'$)

- ۱) دایره‌ای به مرکز O و شعاع $R' \cdot \frac{R+R'}{R-R'}$
- ۲) دایره به مرکز O و شعاع $\frac{R'}{R}$
- ۳) دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{R-R'}{R+R'}$
- ۴) دایره به مرکز O و شعاع $\frac{R+R'}{R-R'} \cdot R$

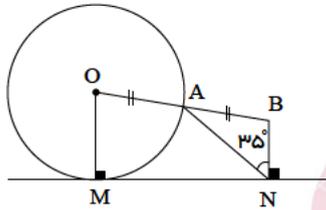
۵۵- از نقطه M بر امتداد وتر مشترک دو دایره‌ی متقاطع، دو خط قاطع بر دو دایره رسم می‌کنیم. چهارضلعی $CDFE$ چگونه است؟



- ① مستطیل
- ② چهارضلعی محاطی
- ③ چهارضلعی محیطی
- ④ دوزنقه

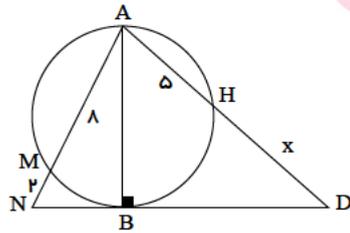
۵۶- در متوازی الاضلاع $ABCD$ طول BC برابر با a و ضلع AB ثابت است. اگر زاویه A تغییر کند مکان هندسی وسط DC کدام است؟

- ① قسمتی از دایره به قطر AB
- ② دایره به مرکز وسط AB و شعاع a
- ③ خطی موازی AB
- ④ دایره به مرکز A و شعاع AB



۵۷- در شکل مقابل $OA = AB$ و $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ$ است. زاویه \widehat{OAN} کدام است؟

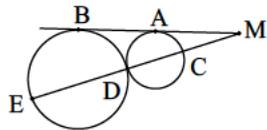
- ① 70°
- ② 105°
- ③ 120°
- ④ 135°



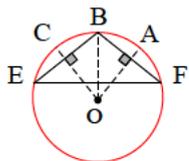
۵۸- در شکل مقابل طول DH کدام است؟

- ① ۱۲
- ② ۱۱
- ③ ۱۰
- ④ ۱۴

۵۹- در شکل مقابل اگر $2MC = 6DC = 3DE$ و $AB = \sqrt{2} - 1$ باشد، AM کدام است؟ (خط MB بر دو دایره مماس خارج است.)



- ① $2\sqrt{2} + 1$
- ② $2\sqrt{2} - 1$
- ③ $\sqrt{2} + 1$
- ④ $2\sqrt{2} - 1$



۶۰- اگر $\widehat{AOB} = \alpha$ و $\widehat{BOC} = \beta$ باشد، در دایره به شعاع واحد اندازه EF برابر کدام است؟

- ① $2 \cos(\alpha + \beta)$
- ② $\sin(\alpha + \beta)$
- ③ $2 \sin(\alpha + \beta)$
- ④ $\cos(\alpha + \beta)$