



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

www.20shoo.ir

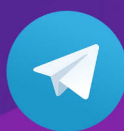
http://www.20shoo.ir
Considérons les deux fractions rationnelles
 $f(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)}$
 $g(x) = \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$
Nous déduisons :
 $(x+1)(x-1) = 0 \iff (x = -1 \text{ ou } x = 1)$
 $(x-1)(x-2) = 0 \iff (x = 2 \text{ ou } x = 1)$
Nous en déduisons :
L'ensemble de définition de f est : $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$
Pour tout réel x de D_f nous avons :
 $f(x) = \frac{6x+2}{(x+1)(x-1)} - \frac{3x-7}{(x-1)(x-2)}$
Nous en déduisons successivement :
 $f(x) = \frac{(6x+2)(x-2) - (3x-7)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$
 $f(x) = \frac{6x^2 - 12x + 2x - 4 - (3x^2 + 3x - 7x - 7)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$
 $f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 3}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{3(x-1)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و نُو است شومی باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



[20shoo.ir](http://www.20shoo.ir)

Instagram



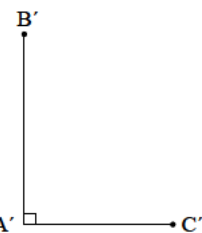
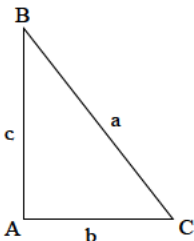
[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)

telegram



قضیه تالس

۱- با قضیه ی فیثاغورس آشنا شدید. این قضیه می گوید اگر زاویه ی A از مثلثی مانند ABC قائمه باشد، آنگاه $a^2 = b^2 + c^2$.



الف) عکس این قضیه را بنویسید.

ب) با انجام دادن مراحل زیر، نتیجه بگیرید که عکس قضیه ی فیثاغورس نیز درست است.

(۱) فرض کنیم مثلث ABC داده شده است و رابطه ی $a^2 = b^2 + c^2$ بین اندازه ی طول های اضلاع آن برقرار است.

(۲) پاره خط های $A'B'$ و $A'C'$ را مطابق شکل مقابل، به گونه ای در نظر بگیرید که $\hat{A}' = 90^\circ$ و $A'C' = AC$ و

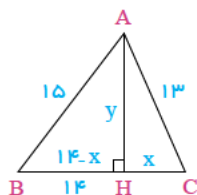
$$A'B' = AB$$

(۳) با استفاده از قضیه ی فیثاغورس در مثلث $A'B'C'$ ، اندازه ی پاره خط $B'C'$ را به دست آورید و ثابت کنید .

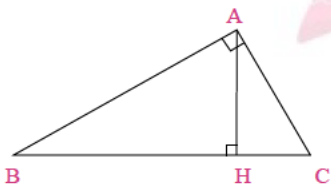
(۴) توضیح دهید چرا $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ و نتیجه بگیرید $\hat{A} = 90^\circ$.

ج) قضیه ی فیثاغورس و عکس آن را به صورت یک قضیه ی دو شرطی بیان نمایید.

۲- در شکل مقابل، مثلثی با اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ رسم شده است. به کمک قضیه ی فیثاغورس در مثلث های ABH و ACH ، مقادیر x و y را به دست آورید و از آن جا مساحت مثلث را محاسبه کنید.



۳- در مثلث قائم الزاویه ی ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم کرده ایم. به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه در هر یک از موارد زیر با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



$$BH = 9, CH = 4, AH = ?, AB = ?, AC = ?$$

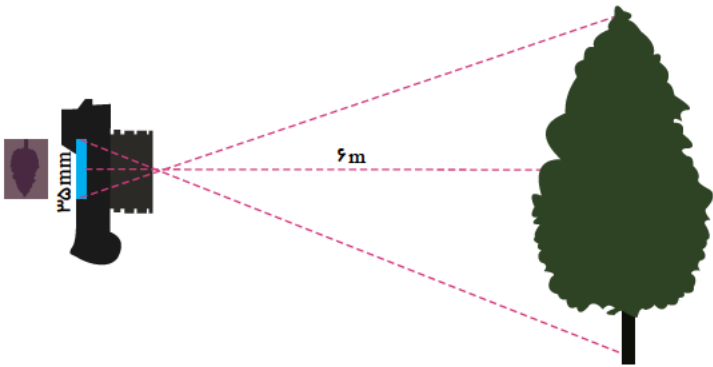
$$AB = 10, BC = 12, AC = ?, AH = ?$$

$$AB = 8, AC = 6, BH = ?, CH = ?$$

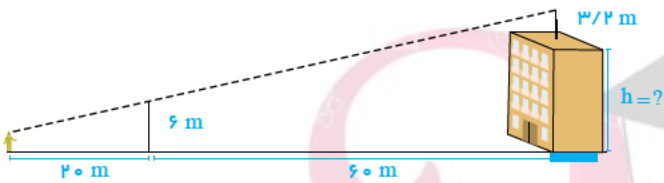
$$AB = 8, AH = 4, BC = ?, AC = ?$$

۴- طول های اضلاع مثلثی ۴ و ۶ و ۸ سانتی متر هستند و بلندترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ سانتی متر است. طول های دو ارتفاع دیگر مثلث را به دست آورید.

۵- در دوربین‌های قدیمی، موقع عکس برداری، روی یک حلقه‌ی فیلم تعداد محدودی (مثلاً سی و شش عدد) تصویر منفی ثبت، و سپس این فیلم ظاهر می‌شود و عکس‌ها از روی آن چاپ می‌شوند. اگر فرض کنیم عرض یکی از این فیلم‌ها، 35mm و فاصله‌ی آن درون دوربین تا عدسی، 4.2cm و فاصله‌ی عدسی تا درختی که از آن عکس می‌گیرد، 6m باشد، اندازه‌ی واقعی درختی که از آن عکس گرفته می‌شود، چند متر است؟



۶- مطابق شکل، روی یک ساختمان: یک آنتن به ارتفاع 3.2 متر نصب شده است. در فاصله‌ی 60 متری ساختمان، یک تیر برق 6 متری قائم وجود دارد و یک ناظر وقتی در فاصله‌ی 20 متری تیر می‌ایستد، انتهای آنتن و انتهای تیر برق را در یک راستا می‌بیند. اگر بدانیم فاصله‌ی چشمان ناظر از زمین 1.6 متر است، بلندی ساختمان را محاسبه کنید.

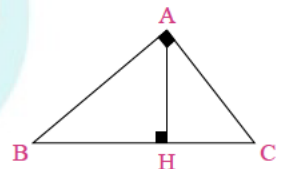


(از چشم ناظر، خط راستی موازی زمین رسم کنید تا تیر برق و ساختمان را قطع کند. از قضیه‌ی تالس کمک بگیرید).

۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\angle A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. می‌دانید که $\triangle ABH \sim \triangle ABC \sim \triangle ACH$ است. با توجه به این موضوع:

الف) ثابت کنید:

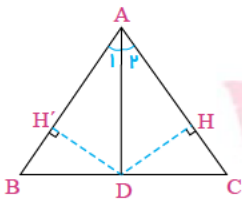
$$\frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2, \quad \frac{S_{ACH}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$$



ب) با جمع کردن دو طرف تساوی‌های بالا و ادامه‌ی کار، درستی قضیه‌ی فیثاغورس را نتیجه‌گیری کنید.

۸- در شکل روبه‌رو، AD نیم‌ساز زاویه‌ی A است و عمودهای DH و DH' نیز رسم شده‌اند.

الف) با توجه به نتیجه‌ی (۲) از درس اول، نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACD را بنویسید.



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2}DH' \times AB}{\frac{1}{2}DH \times AC} \quad (1)$$

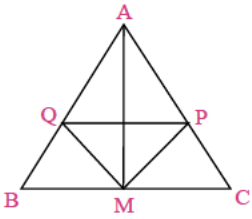
ب) $DH = DH'$ چرا؟ با توجه به این موضوع و نتیجه‌ی (۱) از درس اول، بار دیگر نسبت مساحت‌های دو مثلث را بنویسید.

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

ج) از نتایج فوق چگونه می‌توانید درستی قضیه‌ی نیم‌سازها را نتیجه بگیرید؟

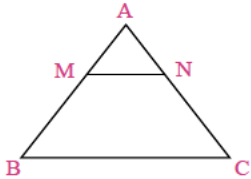
۹- در مثلث ABC وسط BC و MP و MQ نیم‌سازهای زوایای AMC و AMB هستند. ثابت کنید:

$$PQ \parallel BC$$



۱۰- در مثلث ABC ، $AB = 7$ و $AC = 5$ و $BC = 10$ است. طول‌های دو قطعه‌ای را که نیم‌ساز زاویه‌ی C روی ضلع مقابل به آن ایجاد می‌کند، به دست آورید.

۱۱- در شکل روبه‌رو، $MN \parallel BC$ است و مساحت دوزنقه‌ی $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MN}{BC}$ را به دست آورید.

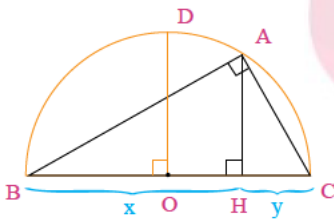


۱۲- طول‌های اضلاع یک مثلث ۱۰ و ۱۲ و ۱۵ سانتی‌متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، ۱۰ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.

۱۳- در شکل مقابل، نیم‌دایره‌ای به قطر BC و به مرکز O رسم شده و نقطه‌ی دلخواه A روی محیط نیم‌دایره است.

الف) چرا زاویه‌ی A قائمه است؟

ب) برای نقطه‌ی A که به دلخواه روی محیط دایره انتخاب شده و OD شعاع دایره است. اندازه‌های AH و OD را با هم مقایسه کنید.



پ) هر کدام از مقادیر AH و OD را برحسب x و y محاسبه کنید و در قسمت ب) جایگذاری کنید.

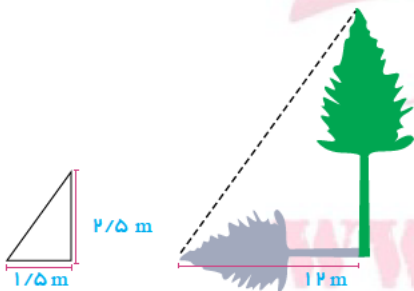
ت) آیا می‌توان برای هر دو عدد مثبت a و b گفت $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ؟ چرا؟

۱۴- در حیاط یک دبیرستان، دو درخت بلند وجود دارد. معلم هندسه از دانش‌آموزان خواست که برای تعیین ارتفاع این دو درخت روشی را ارائه کنند. در این جا روش‌های دو دانش‌آموز را می‌بینید. با توجه به اطلاعات داده شده، ارتفاع هر درخت را تعیین کنید.

الف) روش ترانه: ترانه یک چوب ۲٫۵ متری را به صورت عمودی روی زمین در جایی محکم کرد.

طول سایه‌ی چوب در آن زمان ۱٫۵ متر بود. هم‌زمان طول سایه‌ی درخت ۱۲ متر بود. از این جا

چگونه او توانست ارتفاع درخت را اندازه بگیرد؟ ارتفاع این درخت چند متر است؟



ب) روش شهرزاد: شهرزاد آینه‌ای کوچک را که در مقیاس بزرگ می‌توان یک نقطه در نظر گرفت، (نقطه

O در شکل) روی زمین و در مسیر خط راستی که از پای درخت تا پای خودش کشیده است، قرار داد.

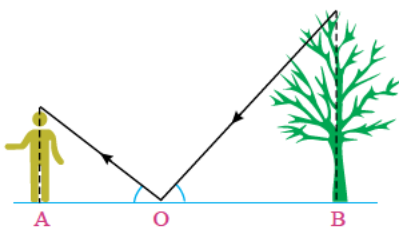
سپس روی این خط آنقدر به جلو و عقب حرکت کرد تا بتواند تصویر نوک درخت را در آینه ببیند. با توجه

به آنچه از خواص آینه‌ها و انعکاس نور می‌دانید، بگویید چگونه می‌توان با داشتن طول‌های AO و BO

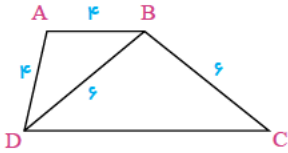
روی زمین و اندازه‌ی قد شهرزاد (فاصله‌ی چشم او تا زمین)، ارتفاع درخت را به دست آورد. اگر قد

شهرزاد ۱۶۰ سانتی‌متر و فاصله‌ی پای او از آینه $5/2$ متر و فاصله‌ی آینه از پای

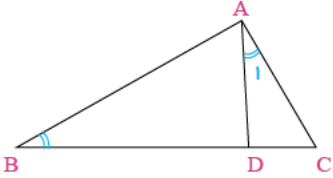
درخت ۲۰ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟



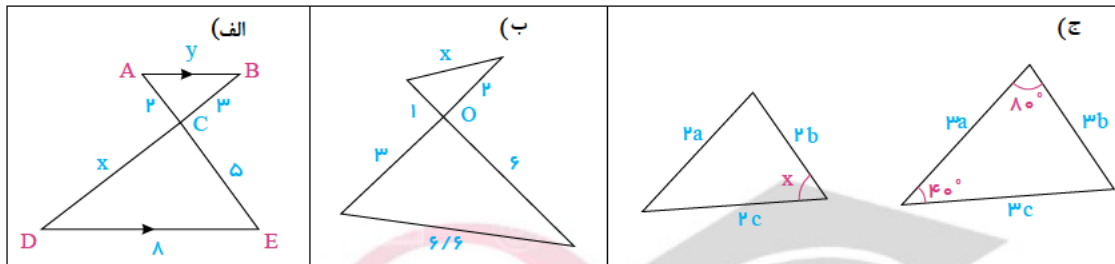
۱۵- در شکل روبه‌رو، $ABCD$ دوزنقه است. طول قاعده‌ی CD را به دست آورید.



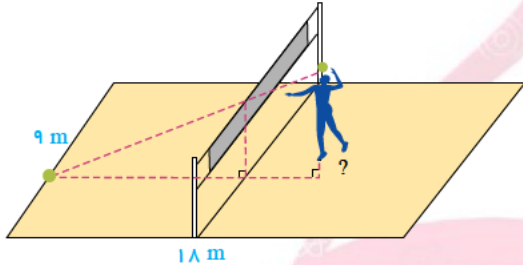
۱۶- در شکل روبه‌رو، $\angle A_1 = \angle B$ و $AC = 4$ و $BD = 6$. طول BC را به دست آورید.



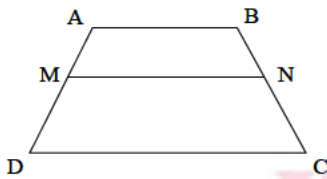
۱۷- در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آن‌جا مقادیر x و y را مشخص کنید:



۱۸- ابعاد یک زمین استاندارد والیبال ۹ متر در ۱۸ متر است که توسط خط میانی به دو مربع 9×9 تفکیک می‌شود و تور والیبال مردان با ارتفاع ۲٫۴۳ متر روی خط وسط نصب شده است. در یک لحظه، یک بازیکن با قد ۱۸۰ سانتی‌متر و در فاصله‌ی دو متری تور، به هوا می‌پرد و توپی را که در ارتفاع ۳۰ سانتی‌متری بالای سرش است، با ضربه‌ی آبشار مماس بر تور وسط روانه‌ی زمین حریف می‌کند و توپ روی خط انتهایی زمین حریف می‌نشیند. این بازیکن برای ضربه زدن چقدر به هوا پریده است؟



۱۹- در دوزنقه‌ی مقابل $MN \parallel AB \parallel CD$ ، ثابت کنید:

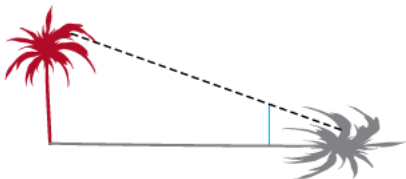


$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (\text{قضیه تالس در دوزنقه})$$

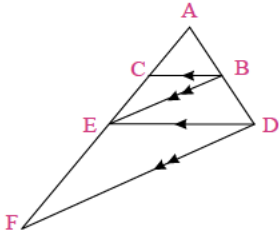
(راهنمایی: یکی از قطر‌ها را رسم کنید)

۲۰- یکی از کاربردهای قضیه‌ی تالس از زمان‌های دور تاکنون، محاسبه‌ی فاصله‌های غیرقابل دسترس بوده است: به عنوان مثال، برای تعیین یک ارتفاع بلند مانند ارتفاع یک درخت بلند در زمانی معین، طول سایه‌ی درخت را روی زمین اندازه می‌گیریم؛ سپس یک قطعه چوب کوتاه را که به آن شاخص می‌گویند، طوری به صورت عمودی جابه‌جا می‌کنیم که سایه‌ی آن روی امتداد سایه‌ی درخت قرار گیرد و نوک سایه‌ی شاخص نیز بر نوک سایه‌ی درخت منطبق شود. به طور مثال، اگر طول سایه‌ی

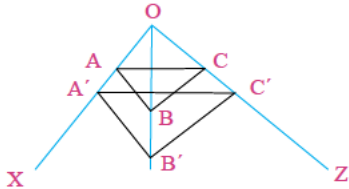
درخت ۶۰ متر، طول سایه‌ی شاخص ۳ متر و طول شاخص ۱ متر باشد، بلندی درخت چند متر است؟



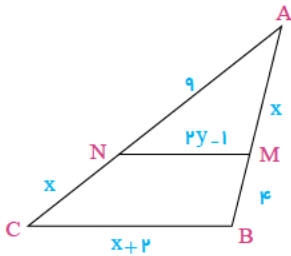
۲۱- در شکل مقابل می دانیم $BC \parallel DE$ و $BE \parallel DF$. به کمک قضیه تالس در مثلث های ADE و ADF و مقایسه ی تناسب ها با یک دیگر، ثابت کنید: $AF^2 = AC \cdot AF$ (به عبارت دیگر، AE واسطه ی هندسی بین AC و AF است).



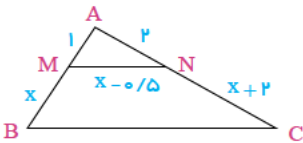
۲۲- در شکل مقابل می دانیم $AB \parallel A'B'$ و $BC \parallel B'C'$. با استفاده از قضیه تالس و عکس آن، ثابت کنید: $AC \parallel A'C'$



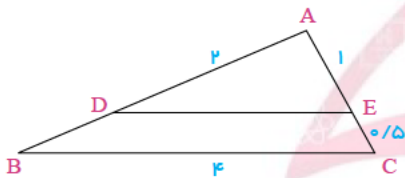
۲۳- در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ؛ مقادیر x و y را به دست آورید.



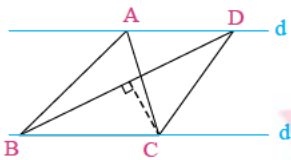
۲۴- در شکل مقابل اگر $MN \parallel BC$ ؛ مقدار x را به دست آورید و سپس طول BC را نیز بیابید.



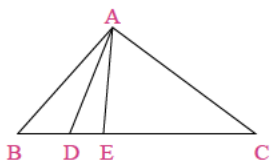
۲۵- در شکل مقابل $DE \parallel BC$ ؛ با توجه به اندازه ی پاره خط ها، طول های DE و AB را به دست آورید.



۲۶- در شکل مقابل، $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC ، $8cm^2$ است. اگر $BD = 6cm$ باشد، فاصله ی نقطه ی C از BD را به دست آورید.



۲۷- در شکل مقابل، مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت های $\frac{DE}{BD}$ و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید.



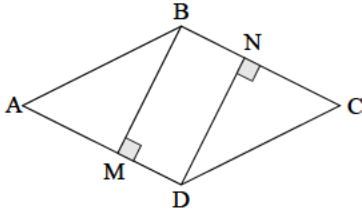
۲۸- طول پاره خطی را به دست آورید که واسطه ی هندسی بین دو پاره خط به طول های ۸ و ۱۰ سانتی متر است.

۲۹- اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ حاصل $x + y + z$ را به دست آورید.

۳۰- بر ضلع Ox از زاویه $x\hat{O}y$ دو نقطه A و B را اختیار کرده و از این نقاط دو خط موازی هم رسم می‌کنیم تا ضلع Oy را به ترتیب در نقاط C و D قطع کنند و از نقطه D خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا ضلع Ox را در نقطه E قطع کند، ثابت کنید:

$$OB^2 = OA \times OE$$

۳۱- در لوزی $ABCD$ پاره‌خط BM را عمود بر AD و پاره‌خط DN را عمود بر BC رسم می‌کنیم. ثابت کنید $BMDN$ مستطیل است.

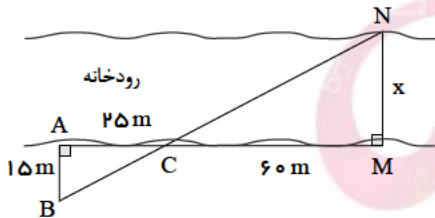


۳۲- ثابت کنید پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند موازی دو قاعده و مساوی نصف مجموع آن‌ها است.

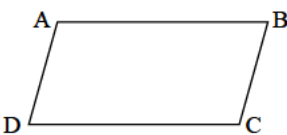
۳۳- خط دلخواه d اضلاع AC ، AB و BC (یا امتداد آن‌ها) از مثلث ABC را به ترتیب در نقاط X و Y و Z قطع می‌کند. ثابت کنید:

$$\frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$$

۳۴- شکل زیر توسط یک نقشه‌بردار برای محاسبه عرض رودخانه رسم شده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.

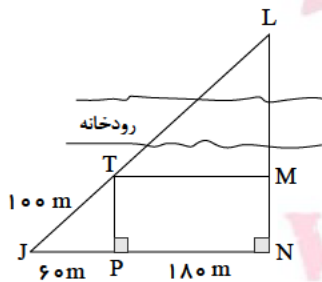


۳۵- متوازی‌الاضلاع $ABCD$ مفروض است. از نقطه C خطی چنان رسم می‌کنیم که امتداد خطوط AD و AB را در نقاط F و E قطع کند. ثابت کنید:

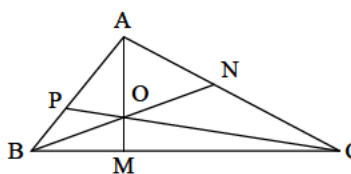


$$\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$$

۳۶- دهکده‌ای در یک سوی رودخانه و دکل‌های سراسری انتقال نیرو در سوی دیگر رودخانه واقع‌اند. با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل، طول سیم لازم برای برق‌رسانی به دهکده JL را محاسبه کنید.



۳۷- نقاط M ، N ، P به ترتیب روی اضلاع AC ، BC ، AB در مثلث زیر قرار دارند. اگر سه پاره‌خط AM ، BN ، CP هم‌مس باشند، ثابت کنید:



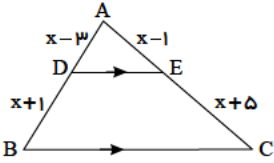
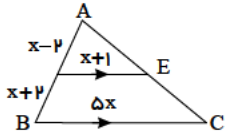
(الف) قضیه سوا) $\frac{AP}{PB} \times \frac{BM}{CM} \times \frac{CN}{AN} = 1$

(ب) قضیه واژگون) $\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{BN} + \frac{OP}{CP} = 1$

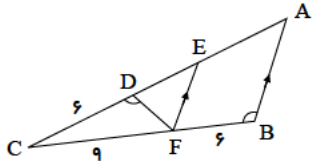
۳۸- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 120^\circ$ و نیمسازهای داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند.

ثابت کنید: $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$

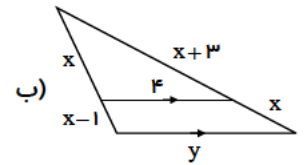
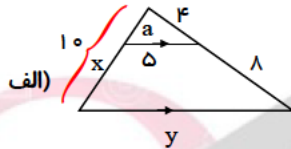
۳۹- در شکل‌های زیر $DE \parallel BC$ است. مقادیر x را بدست آورید.



۴۰- در شکل مقابل اگر $\hat{B} = \hat{D}$ ، $EF \parallel AB$ ، $DC = BF = 6$ ، $CF = 9$ باشد. نسبت DF به EF را بدست آورید.



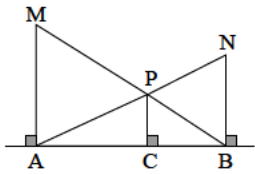
۴۱- با توجه به شکل مقادیر مجهول را بدست آورید.



۴۲- میانگین هندسی دو عدد $5\sqrt{3}$ و $12\sqrt{3}$ را بدست آورید.

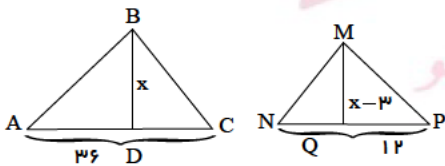
۴۳- اگر $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$ ، $\frac{y}{z} = \frac{3}{8}$ باشد، حاصل $\frac{x}{z}$ را بدست آورید.

۴۴- ثابت کنید، در هر دوزنقه وسط‌های دو قاعده، نقطه تلاقی امتداد دو ساق و محل تلاقی دو قطر دوزنقه بر یک امتداد هستند.



۴۵- در شکل مقابل AM ، BN و CP هر سه بر AB عمود هستند. ثابت کنید: $\frac{1}{CP} = \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN}$

۴۶- در مثلث‌های زیر BD و MQ نیمسازهای دو زاویه B و M هستند. اگر دو مثلث متشابه باشند مقدار x را بدست آورید.

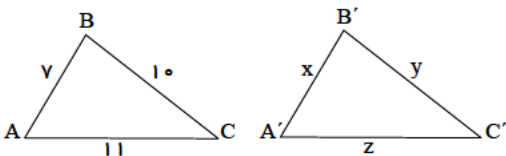


۴۷- دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابهند و اضلاع $\triangle ABC$ برابر ۷ و ۱۰ و ۱۱ می‌باشد، اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر 70cm باشد.

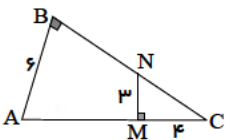
(الف) اضلاع مثلث $A'B'C'$ را بدست آورید.

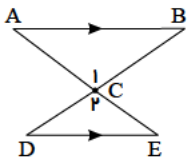
(ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث را محاسبه کنید.

(ج) نسبت میانه‌ها، نیمسازها و ارتفاع‌های نظیر را در دو مثلث بدست آورید.



۴۸- مساحت چهارضلعی $ABNM$ را بدست آورید.

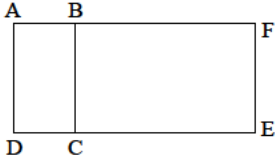




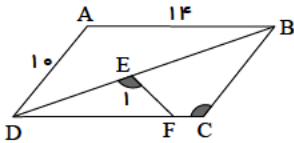
۴۹- در شکل مقابل $AB \parallel DE$ ، $\frac{AC}{AE} = \frac{4}{y}$ است. نسبت محیطها و مساحت‌های دو مثلث را بدست آورید.

۵۰- نسبت تشابه دو ضلعی برابر $\frac{3}{4}$ است. نسبت محیطها و نسبت اضلاع و نسبت مساحت‌های آنها را بدست آورید.

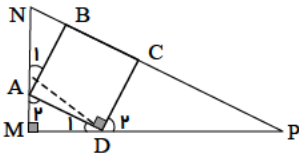
۵۱- در شکل مقابل دو مستطیل $ABCD$ و $BCEF$ متشابهند. اگر $AB = 1$ و $AD = 3$ باشد. مساحت هر کدام از مستطیل‌ها را بدست آورید.



۵۲- در متوازی‌الاضلاع روبه‌رو $\hat{E}_1 = \hat{C}$ است. اگر $ED = 8,4$ باشد. اندازه EF را بدست آورید.



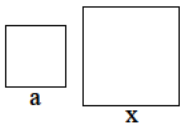
۵۳- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است که در داخل مثلث MNP قرار دارد. چند جفت مثلث متشابه وجود دارد؟



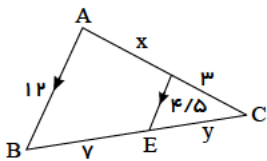
۵۴- مثلث ABC که اندازه‌های دو زاویه آن 35° و 65° هستند با کدام یک از مثلث‌های زیر می‌تواند متشابه باشد؟ چرا؟

(الف) مثلثی که اندازه‌های دو زاویه آن 80° و 35° باشد.

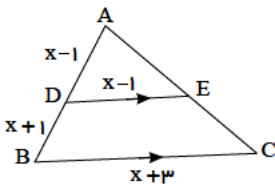
(ب) مثلثی که اندازه‌های دو زاویه آن 65° و 85° باشد.



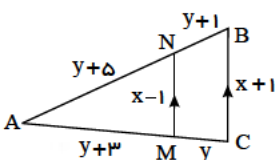
۵۵- دو مربع متشابه هستند و نسبت تشابه آنها $\frac{2}{5}$ است. اگر ضلع یکی از آنها برابر 20cm باشد. ضلع دیگری را بدست آورید.



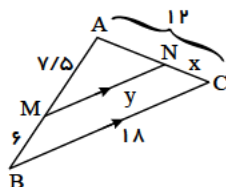
۵۶- در شکل زیر $DE \parallel AB$ مقادیر x و y را بدست آورید.



۵۷- مقدار x را در شکل مقابل بدست آورید.



۵۸- مقدار x و y را در اشکال زیر بدست آورید.



۵۹- اگر $\frac{2x-y}{x+y} = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل تناسب‌های زیر را بدست آورید.

ج) $\frac{3x-2y}{2x-3y}$

۶۰- اگر $\frac{x-y}{x+y} = \frac{4}{9}$ باشد حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

ج) $\frac{2x+y}{y}$

۶۱- مقادیر x و y را در تناسب‌های زیر بدست آورید.

الف) $\frac{x}{y}$

ب) $\frac{x+y}{x-y}$

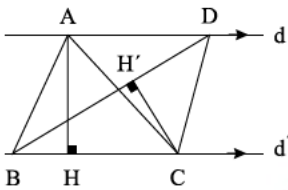
الف) $\frac{x-y}{y}$

ب) $\frac{x-y}{x}$

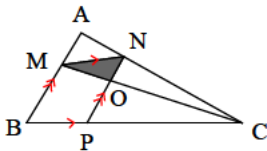
الف) $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{2}{3} = \frac{x+y-1}{y}$

ب) $\frac{x+1}{4} = \frac{3}{x+2} = \frac{|y|}{8}$

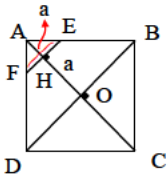
۶۲- در شکل زیر مساحت مثلث ABC ، 24cm^2 است ($d \parallel d'$). اگر قطر BD ، 12cm باشد نقطه‌ی C از پاره خط BD چقدر فاصله دارد؟



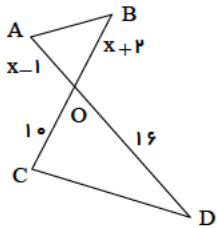
۶۳- در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ است. نسبت مساحت مثلث هاشور خورده به متوازی‌الاضلاع $MNPB$ را بدست آورید.



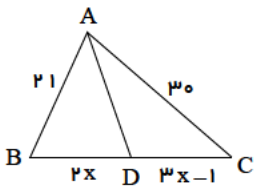
۶۴- در شکل زیر O مرکز تقارن مربع و $OH = EF$ می‌باشد. اگر ضلع مربع 20cm باشد. مقدار OH را بدست آورید.



۶۵- اگر دو مثلث مقابل متشابه باشند نسبت مساحت‌ها و نسبت محیط‌های آن دو را بدست آورید.



۶۶- در شکل مقابل AD نیمساز است. مقدار x را بدست آورید.



۶۷- در شکل مقابل مساحت مثلث بزرگ را بدست آورید.

