



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و نوا می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



20shoo.ir

Instagram



[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)

telegram



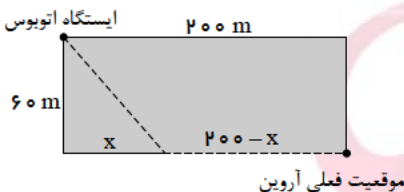
کاربرد مشتق

WWW.20SHOO.IR

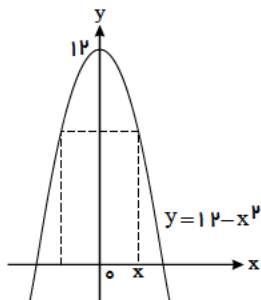
۱- هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت ثابت $32cm^2$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایینی هر صفحه $2cm$ و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی‌متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

۲- الف) می‌خواهیم کنار رودخانه یک محوطه به شکل مثلث متساوی‌الساقین را نرده‌کشی کنیم. اگر تنها هزینه 100 متر نرده را در اختیار داشته باشیم، در این صورت بیش‌ترین مساحت ممکن برای این مثلث چقدر خواهد بود؟
ب) بدون استفاده از مشتق نیز، این مسئله را حل کنید.

۳- آروین می‌خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در 200 متری غرب و 60 متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می‌تواند با سرعت 3 متر بر ثانیه از پیاده‌رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می‌تواند از درون پارک و تنها با سرعت $2m/s$ عبور کند. با توجه به شکل، مقدار x را طوری تعیین کنید که او در کم‌ترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.



۴- ابعاد مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند.



۵- کشاورزی می‌خواهد دور یک مزرعه مستطیل شکل به مساحت ثابت 10000 مترمربع را دیوارکشی کند. هزینه هر متر دیوارهای شمالی و جنوبی 2 میلیون تومان و هزینه هر متر دیوارهای شرقی و غربی 8 میلیون تومان است.
الف) هزینه مورد نیاز برای انجام این کار را به صورت یک تابع بنویسید.
ب) ابعاد مزرعه چقدر باشد تا هزینه دیوارکشی به حداقل مقدار ممکن برسد؟

۶- نمودار تابعی مانند f با دامنه \mathbb{R} را رسم کنید به طوری که هر نقطه دلخواه از D_f ، یک نقطه بحرانی f باشد. مسئله چند جواب دارد؟

۷- اگر نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

۸- مقادیر ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق توابع زیر را در بازه‌های مشخص شده، در صورت وجود به دست آورید.

الف) $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13$; $x \in [-1, 2]$

ب) $g(x) = x^3 + 2x - 5$; $x \in [-2, 1]$

۹- با تشکیل جدول تغییرات تابع $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید است؟

۱۰- بزرگ‌ترین بازه از \mathbb{R} که تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$ در آن نزولی اکید باشد، کدام است؟ چرا؟

۱۱- نقاط بحرانی توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

ب

$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

پ

$$h(x) = \sqrt[3]{x}$$

۱۲- در هریک از توابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکسیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

الف

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

ب

$$g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

پ

$$h(x) = -x^3 - 3x + 2$$

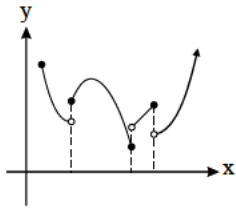
۱۳- تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه‌ها اکیداً نزولی است؟

۱۴- اکسترم‌های مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}, \quad x \in [-1, 3]$$

۱۵- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = -x^2 + 3x^2 - 1, \quad x \in [1, 3]$$



۱۶- نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع زیر را مشخص کنید.

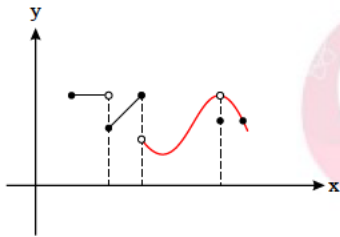
۱۷- نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را بیابید.

۱۸- نقاط اکسترمم نسبی توابع زیر را بیابید.

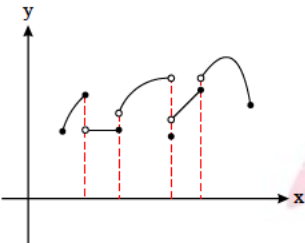
الف) $f(x) = x^2 - 6x + 1$

ب) $f(x) = -x^2 - 4x + 3$

۱۹- نوع نقاط اکسترمم نسبی تابع زیر را مشخص کنید.



۲۰- نقاط اکسترمم نسبی تابع زیر را مشخص کنید.



۲۱- با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید است؟

۲۲- تابع $f(x) = -x^3 + x^2 + 1$ در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی و در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی است؟

۲۳- تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی است؟

۲۴- مشخص کنید تابع $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی است؟

۲۵- دو عدد حقیقی را بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۲۶- در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

۲۷- ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد؟

۲۸- اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکسیمم نسبی برابر γ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۲۹- دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن گردد.

۳۰- الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.
ب) اکسترم‌های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.

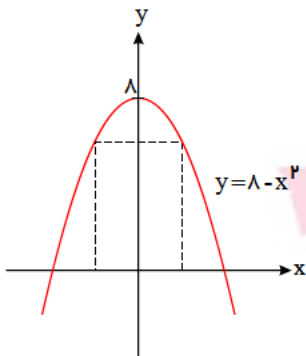
۳۱- اگر محیط یک مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکسیمم شود.

۳۲- الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.
ب) نقاط بحرانی تابع f و اکسترم مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.

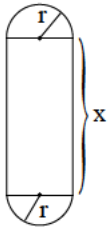
۳۳- در کره‌ای به شعاع ۴، استوانه‌ای با حجم ماکزیمم محاط نموده‌ایم، شعاع استوانه چقدر است؟

۳۴- سطح کل استوانه‌ای $150\pi \text{ cm}^2$ می‌باشد، شعاع قاعده آن را چنان بیابید که حجم آن ماکزیمم گردد.

۳۵- ابعاد مستطیلی با بیش‌ترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 8 - x^2$ باشند.



۳۶- دو نیم‌دایره و یک مستطیل به شکل زیر مفروض است. اگر محیط شکل ۱۲۰ متر باشد و مساحت بخش مستطیل ماکزیمم باشد، مقدار x را



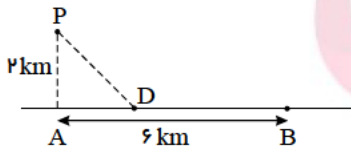
بیابید.

۳۷- دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصلضربشان کم‌ترین مقدار ممکن گردد.

۳۸- می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و دربار بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۳ لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود.

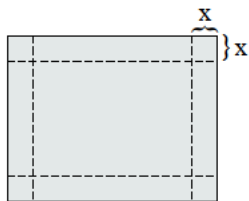
۳۹-

پارسا درون قایقی در نقطه P قرار دارد که فاصله آن از نزدیک‌ترین نقطه ساحل یعنی نقطه A معادل ۲ کیلومتر است. او می‌خواهد به نقطه B در ساحل برسد که در ۶ کیلومتری A قرار دارد. فرض کنید سرعت حرکت قایق $\frac{2}{h} \text{ km}$ و سرعت پیاده‌روی پارسا در ساحل $\frac{3}{h} \text{ km}$ باشد. اگر او بخواهد در کوتاه‌ترین زمان ممکن به B برسد در چه نقطه‌ای از ساحل باید پیاده شده و به سوی B پیاده‌روی کند؟



۴۰- ماکزیمم مساحت مثلثی از بین تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه که مجموع دو ضلع زاویه قائمه آن‌ها ۲۰ است، چقدر می‌باشد؟

۴۱- می‌خواهیم از یک قطعه ورقه مربع شکل که طول ضلع آن 16 cm است یک جعبه دربار بسازیم، به گونه‌ای که در گوشه‌های آن مربع‌های کوچک بریده و صفحه را در راستای خطوط تا می‌کنیم. حجم بزرگ‌ترین جعبه‌ای که به این گونه ساخته می‌شود کدام است؟



۴۲- از بین تمام مستطیل‌های با محیط ۲۰ سانتی‌متر، بیش‌ترین مساحت را بیابید.

۴۳- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}, \quad x \in [-2, 2]$$

۴۴- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = \sqrt{(x-1)^2}, \quad x \in [0, 3]$$

۴۵- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = x^2 + 3x - 1, x \in [-2, 2]$$

۴۶- اکسترمم‌های مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 1, x \in [-2, 3]$$

۴۷- اکسترمم‌های مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1, x \in [-2, 3]$$

۴۸- اکسترمم‌های مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = x^3 - 3x + 4, x \in [-2, 3]$$

۴۹- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = -x^2 + 6x - 2, x \in [-2, 5]$$

۵۰- مقادیر اکسترمم مطلق تابع زیر را تعیین کنید.

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, x \in [-3, 2]$$

۵۱- نمودار تابع زیر را رسم کرده و مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق تابع را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = |(x-1)^3|, x \in [0, 3]$$

۵۲- به کمک رسم نمودار تابع، مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$f(x) = \cos x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

۵۳- نمودار تابع زیر را رسم کرده و اکسترمم‌های نسبی و مطلق آن را تعیین کنید.

$$f(x) = -\sin x, x \in [0, \frac{3\pi}{2})$$

۵۴- نمودار توابع زیر را رسم کرده و مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق آن‌ها را در صورت وجود تعیین کنید.

الف) $f(x) = -|x-2| + 3, x \in [0, 3]$

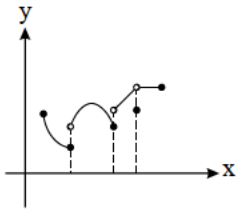
ب) $g(x) = ||x| - 2|, x \in (-2, 4]$

۵۵- به کمک رسم نمودار تابع، مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق تابع‌های زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

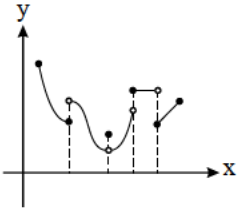
الف) $f(x) = -x^3, x \in [-1, 2]$

ب) $g(x) = x^2, x \in [-3, 2]$

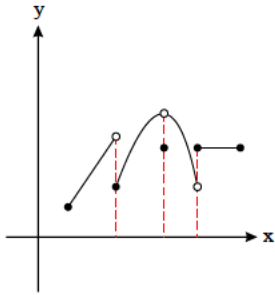
۵۶- در تابع زیر نقاط اکسترمم نسبی و مطلق را مشخص کنید.



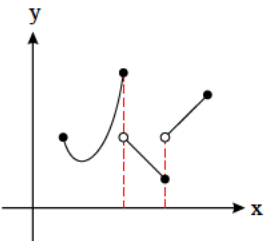
۵۷- نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع مقابل را مشخص کنید.



۵۸- نقاط اکسترمم مطلق و اکسترمم نسبی را در تابع زیر مشخص کنید.



۵۹- اکسترمم‌های مطلق و نسبی تابع زیر را مشخص کنید.



۶۰- اگر نقطه $A(-2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^2 - mx^2 + n$ باشد، m و n را بیابید.

۶۱- اگر نقطه $A(-1, \frac{1}{2})$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{ax}{x^2 + b}$ باشد، a و b را بیابید. ($a \neq 0$)

۶۲- اگر نقطه $M(-3, 4)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - x^2 + ax - b$ باشد، a و b را بیابید.

۶۳- اگر نقطه $A(1, 4)$ یکی از نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ باشد، نقطه اکسترمم نسبی دیگر تابع را بیابید.

۶۴- اگر نقطه $A(-2, 1)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = ax^3 + bx - 1$ باشد، a و b را بیابید.

۶۵- اگر نقطه $A(-1, 3)$ نقطه اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^2 - ax + b$ باشد، a و b را بیابید.

۶۶- اگر نقطه $A(1, 2)$ نقطه اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۶۷- اگر $x = 3$ طول نقطه اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^2 - mx + 1$ باشد، m را بیابید.

۶۸- نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^3(x - 4)^4$ را بیابید.

۶۹- نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = (x - 1)^2(x + 2)^3$ را بیابید.

۷۰- نقاط اکسترم نسبی تابع $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 4}$ را بیابید.

۷۱- نقاط اکسترم نسبی تابع های زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

ب) $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$

۷۲- نقاط اکسترم نسبی توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = (x - 1)^4$

ب) $f(x) = (x - 2)^4$

۷۳- نقاط بحرانی توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

ب) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

۷۴- نقاط بحرانی توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$

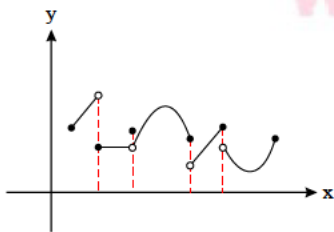
ب) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

۷۵- نقاط بحرانی توابع زیر را تعیین کنید.

الف) $f(x) = x^2 - 4x - 1$

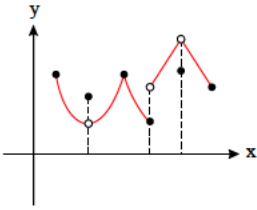
ب) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

۷۶- نقاط اکسترم نسبی تابع زیر را مشخص کنید.

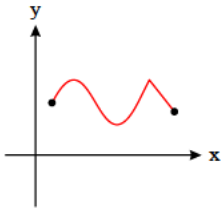


WWW.20SHOO.IR

۷۷- نوع اکسترم‌های نسبی تابع زیر را مشخص کنید.



۷۸- نقاط اکسترم نسبی تابع زیر را مشخص کنید.



۷۹- تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی و در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی است؟

۸۰- مشخص کنید تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ در کدام بازه‌ها اکیداً نزولی و در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟

۸۱- تابع $f(x) = -\sqrt{9 - x^2}$ در کدام بازه‌ها اکیداً نزولی و در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟

۸۲- تابع $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی و در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی است؟

۸۳- مشخص کنید توابع زیر در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی است؟

الف) $f(x) = 3x + 2$

ب) $f(x) = -\sqrt{x + 2}$

۸۴- تابع $f(x) = -x^2 - 6x + 2$ در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه‌ها اکیداً نزولی است؟

۸۵- اگر در نقطه $(2, 1)$ ، نقطه اکسترم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.

۸۶- در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید.

۸۷- در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

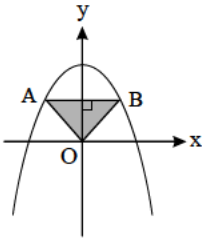
۸۸- نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشد.

۸۹- اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -3 باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۹۰- دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها 20 باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۹۱- اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ را در بازه $[-1, 3]$ ، در صورت وجود به دست آورید.

۹۲- نقطه M با کدام طول روی محور x ها انتخاب شود به طوری که تفاضل فواصل آن از دو نقطه $A(1, 5)$ ، $B(7, -2)$ بیشترین مقدار را داشته باشد؟



۹۳- در سهمی به معادله $y = 27 - x^2$ مثلث متساوی‌الساقین OAB محاط شده است. ماکزیمم مساحت این مثلث چقدر است؟

۹۴- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف اگر علامت f' در یک بازه مثبت باشد f در آن بازه صعودی است اما اگر $f' \geq 0$ باشد تابع در آن بازه فقط صعودی است.

ب به هر نقطه بحرانی تابع f یک نقطه اکسترمم نسبی f است.

پ مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ برابر 3 است.

ت اگر تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته باشد، آنگاه f بر این بازه حتما ماکزیمم و مینیمم مطلق دارد.

گروه آموزشی بیست شو

WWW.20SHOO.IR