



برای دریافت پاسخنامه سوالات به سایت زیر مراجعه
فرمایید

www.20shoo.ir

کلیه حقوق مادی و معنوی این سوالات متعلق به گروه آموزشی
بیست و نوا می باشد و کپی برداری و استفاده بدون ذکر
منبع از لحاظ شرعی و قانونی مجاز نمی باشد



[20shoo.ir](https://www.instagram.com/20shoo.ir)

Instagram

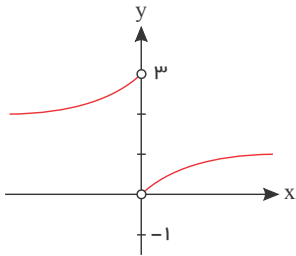


[@ir20shoo](https://t.me/ir20shoo)

telegram



حد و پیوستگی



۱- شکل زیر، نمودار تابع f است. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ را محاسبه کنید.

۲- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم. آیا f در نقطهٔ صفر حد دارد؟ آیا $f(0)$ موجود است؟

۳- حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 7} (-3)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} (-2x - 7)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 4x + 5)$

ت) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ ث) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x^2 - x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$

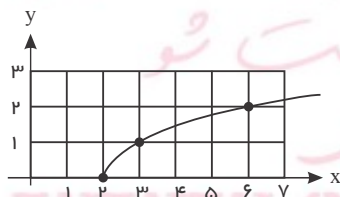
چ) $\lim_{x \rightarrow -2} [x]$ ح) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$ خ) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x + 7}$

د) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$ ذ) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x + 5}$ ر) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x - 2}$

ز) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 2}{[x] + 1}$ ژ) $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \cos x$ س) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)$

ش) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x}{[x]}$ ص) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x}$ ض) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + [x])$

۴- دربارهٔ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x - 2}$ موارد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید:



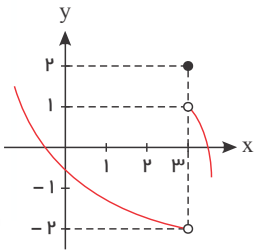
الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ت) $f(2)$

۵- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 2 \\ x^2 + 1, & x < 2 \end{cases}$ در نقطهٔ $x = 2$ پیوستگی چپ داشته باشد، $f(2)$ را بدست آورید.

۶- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ -x + 3, & x > 1 \end{cases}$ در نقطهٔ $x = 1$ چه نوع پیوستگی دارد؟

۷- پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} |x + 3|, & x \neq -3 \\ 3, & x = -3 \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = -3$ بررسی کنید.

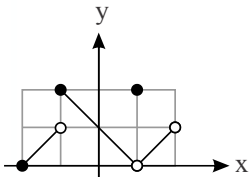


۸- شکل مقابل نمودار تابع f است، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + f(3)$ را بدست آورید.

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x < 1 \\ x^2 + 2a, & x \geq 1 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$ باشد، مقدار a را بدست آورید.

۱۰- تابعی مثال بنویسید که حد آن در نقطه $x = 1$ مساوی -1 باشد؛ ولی تابع در 1 پیوسته نباشد. نمودار این تابع را رسم کنید.

۱۱- اگر $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ، نمودار f را رسم کنید. آیا $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ موجود است؟



۱۲- برای تابع f که نمودار آن داده شده است، کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟

(ب) $f(1) = 2$

(الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

(ت) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0$

(پ) $f(2) = 1$

(ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

(ث) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$

(ح) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وجود ندارد.

(چ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ وجود ندارد.

۱۳- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax + b, & x > 2 \\ 5, & x = 2 \\ x^2 + bx - a, & x < 2 \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، a و b را بدست آورید.

۱۴- مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x < 4 \\ 9, & x = 4 \\ 3x + b, & x > 4 \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد.

۱۵- بار رسم نمودار تابع $f(x) = [x - 1]$ مشخص کنید که این تابع در چه بازه یا نقاطی پیوسته یا ناپیوسته است؟

۱۶- هر یک از توابع زیر در چه بازه‌ای پیوسته هستند؟

(الف) $f(x) = x^3 - 5x$

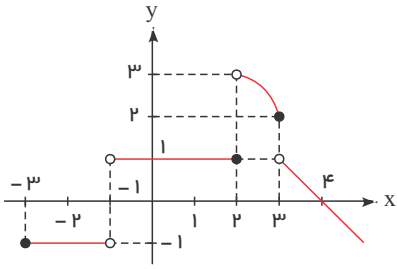
(ب) $g(x) = \sin x$

(پ) $h(x) = \log x$

(ت) $k(x) = \sqrt{x - 6}$

۱۷- اگر تابع f در $x = 3$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را بدست آورید.

۱۸- نمودار تابع f بصورت زیر رسم شده است، حدهای خواسته شده را بدست آورید.



- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ | ج) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ |
| ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ | ح) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$ |
| پ) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ | خ) $f(-3)$ |
| ت) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ | د) $f(2)$ |
| ث) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ | ذ) $f(3)$ |
| ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ | ر) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ |
| | ز) $\lim_{x \rightarrow (-2)} f(x)$ |

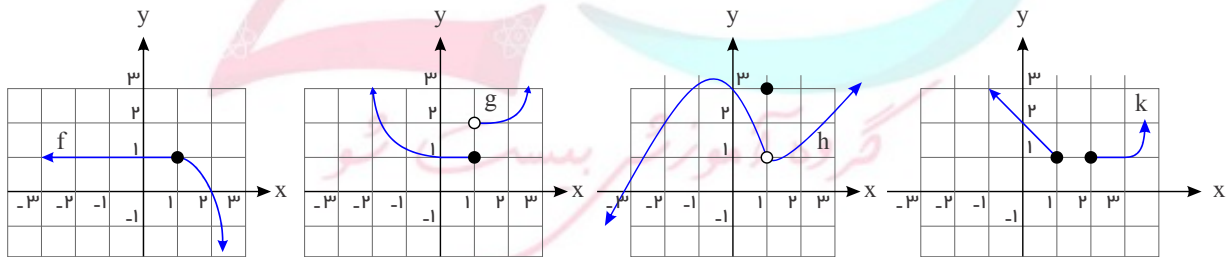
۱۹- در مواقعی تجویز دارو برای کودکان بر اساس جرم کودک انجام می‌گیرد. روش‌های مختلفی برای برآورد کردن جرم یک کودک (برحسب کیلوگرم) در شرایط اضطراری (که جرم نمی‌تواند اندازه‌گیری شود) وجود دارد. یکی از این روش‌ها استفاده از تابع $f(t) = \begin{cases} 6t + 4 & 0 \leq t < 1 \\ 2t + 10 & 1 \leq t \leq 10 \end{cases}$ است که در آن t سن کودک برحسب سال است. به طور مثال جرم یک کودک ۶ ماهه به کمک این تابع چنین محاسبه می‌شود:

$$\text{سال } \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{ماه } 6 \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 4 = 7$$

الف) $f(2)$ و $f(5)$ را بیابید.

ب) آیا f در بازه $[0, 10]$ پیوسته است؟

۲۰- کدام یک از توابع زیر در $x = 1$ پیوسته است؟



۲۱- با توجه به نمودار تابع $f(x) = [x]$ ، تابع در چه نقاطی پیوسته و در چه نقاطی ناپیوسته است؟

۲۲- توابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x \neq 3 \\ 6 & x = 3 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ را در نظر می‌گیریم. پیوستگی این تابع‌ها را در $x = 3$ بررسی کنید.

۲۳- اگر m یک عدد صحیح باشد، حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow m^+} [x]$

ب) $\lim_{x \rightarrow m^-} [x]$

پ) $\lim_{x \rightarrow m} [x]$

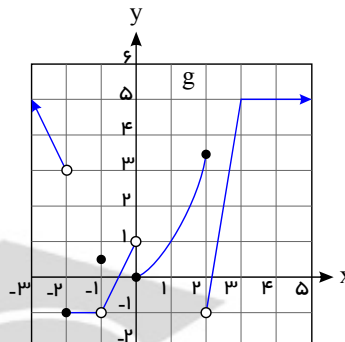
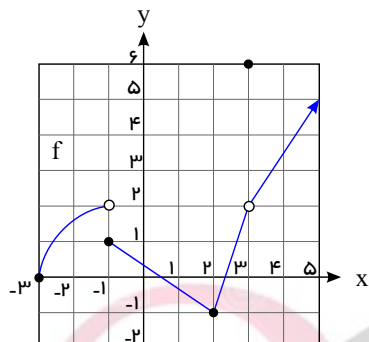
۲۴- در هر یک از حالت‌های زیر دربارهٔ حد تابع چه می‌توان گفت؟

- (الف) اگر توابع f و g هیچ‌کدام در نقطه‌ای مانند a حد نداشته باشند.
 (ب) اگر تابع f در a حد داشته باشد ولی تابع g در a حد نداشته باشد.

۲۵- نمودار دو تابع $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$ و $g(x) = 1$ را رسم کنید. آیا $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ موجود است؟ (چرا؟) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ چطور؟ در چه نقاطی حد دو تابع با هم برابرند؟

۲۶- دو تابع متفاوت مثال بزنید که در یک نقطه دارای حدهای برابر باشند.

۲۷- با استفاده از قوانین حد و نمودارهای f و g حدهای زیر را (در صورت وجود) به دست آورید.



- الف) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$
 ت) $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + g(x))$ ث) $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + g(x))$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) + 5g(x))$
 چ) $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^f$ ح) $\lim_{x \rightarrow 0} (g(x))^g$
 خ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ د) $\lim_{x \rightarrow 5} (f(x) \cdot g(x))$

۲۸- توابع زیر را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید:

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 2x + 1 \quad (x \neq 2), \quad h(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

(الف) مقادیر $f(2)$, $g(2)$ و $h(2)$ را در صورت وجود به دست آورید.
 (ب) حدهای زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 2} h(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

۲۹- تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطهٔ ۲ تعریف نشده باشد. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

۳۰- تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطهٔ ۳ حد نداشته باشد. $f(3) = 1$

۳۱- مثالی از یک تابع، همراه با نمودار آن ارائه کنید که حد تابع در نقطهٔ ۲ مساوی ۱- باشد.

۳۲- با توجه به توابع f و g و h با ضابطه‌های داده شده، به سوالات پاسخ دهید.

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 2x + 1 \quad x \neq 2, \quad h(x) = \begin{cases} 2 + x & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}$$

$$f(2) = \quad, \quad g(2) = \quad, \quad h(2) = \quad$$

(الف) مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \quad, \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \quad, \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = \quad$$

(ب) حدود زیر را در صورت وجود به دست آورید:

(پ) کدام تابع در $x = 2$ پیوسته است؟

۳۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x > 0 \\ -2x - 2 & x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و حد تابع در صفر را - در صورت وجود - بیابید.

۳۴- آیا حد تابع زیر در $x = 2$ موجود است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x > 2 \\ -2 & x = 2 \\ x - 3 & x < 2 \end{cases}$$

۳۵- پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & x \leq 0 \\ x^2 + 2 & x > 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید. پیوستگی تابع در نقاط دیگر چگونه است؟

۳۶- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x - 3 & x < 2 \\ -2 & x = 2 \\ -x + 2 & x > 2 \end{cases}$ را رسم کنید. f در چه نقاطی پیوسته و در چه نقاطی ناپیوسته است؟

۳۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = -1$ حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + h(x))$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} (h(x))^5$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{f(x)}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x) - 5h(x)}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{h(x)}$

۳۸- به ازای چه مقداری از a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x}, & 1 \leq x \leq 6 \\ a + \cos^2 \frac{\pi x}{36}, & 6 < x \end{cases}$ در نقطه $x = 6$ پیوسته است؟

۳۹- مقادیر a و b را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2[x], & x > 1 \\ a + 3, & x = 1 \\ bx + 6, & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد.

۴۰- مقادیر a و b را طوری بدست آورید که تابع $f(x) = \begin{cases} 2 \cos x + a, & x < 0 \\ -2, & x = 0 \\ 3x + 2b, & x > 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد.

۴۱- مقدار a و b را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x < 2 \\ 7, & x = 2 \\ 2x + 3b, & x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.

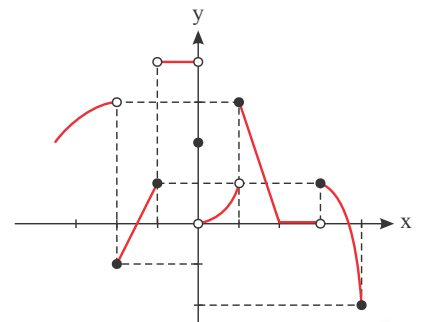
۴۲- در تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ -2x + b, & x < 1 \end{cases}$ مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع f در $x = 1$ پیوسته باشد.

۴۳- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x - [x], & x < 2 \\ a, & x = 2 \\ x + 3, & x > 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد، مقدار a را بدست آورید.

۴۴- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sin x + 2 \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & x = \frac{\pi}{2} \\ -\cos x, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ چه نوع پیوستگی دارد؟

۴۵- با توجه به نمودار زیر، پیوستگی تابع را در نقاط خواسته شده بررسی کنید.

- الف) $x = -2$
- ب) $x = -1$
- پ) $x = 0$
- ت) $x = 1$
- ث) $x = 2$
- ج) $x = 3$



۴۶- حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x + 1}{3 - \sin x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos^2 x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sqrt{2}(\sin x + \cos x)^2$

ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin^2 x + 2 \cos x}{2 \sin^2 x - \cos x}$

ث) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (1 - \sin^2 x) \times \tan^2 x$

۴۷- اگر $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = 4$ ، $\lim_{x \rightarrow (-1)} g(x) = 2$ باشند، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{2f(x) - 3g(x)}{(g(x))^2 + 6x^3}$ را بدست آورید.

۴۸- حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})} \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos^3 x}$

ث) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (3 \sin x - 1)$

ج) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \sin x - 2}{3 + 5 \cos x}$

چ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} 4 \sin x \cdot \cos x$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{x^2 - 2x + 4}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)} (2x^2 + 5x)(6x - 1)$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^2 - |x|}{|x| + 1}$

ت) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{|x^2 - 1|}{|x| + 4}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2}}{x-4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-6}}{x+3}$

چ) $\lim_{x \rightarrow 5} (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x+4} - 1)$

ح) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{2x^2 + 5x + 8}{x^2 + 2}$

۴۹- حدهای زیر را بدست آورید.



WWW.20SHOO.IR

۵۰- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x > 2 \\ ax^2 + 3bx + 1, & x < 2 \end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7$ باشد حاصل $a + b$ را بدست آورید.

۵۱- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}, & x > 0 \\ a \sin(x + \frac{\pi}{6}), & x \leq 0 \end{cases}$ به ازای چه مقداری از a در $x = 0$ پیوسته است؟

۵۲- تابع $f(x) = \begin{cases} (a-1)x + 5, & x > -2 \\ x^2 + 2b, & x < -2 \end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 8$ باشد، a و b را بدست آورید.

۵۳- اگر در تابع $f(x) = \begin{cases} x - a & x \geq 1 \\ x^2 + 2a & x < 1 \end{cases}$ مقدار حد راست در $x = 1$ ، نصف حد چپ در این نقطه باشد، a را بدست آورید.

۵۴- مقدار a را طوری بدست آورید که تابع زیر در نقطه $x = 3$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}, & x < 3 \\ x^2 - ax, & x \geq 3 \end{cases}$$

۵۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد، مقدار a را بدست آورید.

۵۶- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{-x + |x - 2|}{x - 1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد، a را بدست آورید.

۵۷- حاصل حدهای زیر را بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{2x^2 - x^3}$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{3x^2 + 5x + 2}{2x^2 + x - 1}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 2x - 3}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 4x - 3x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$

۵۸- حاصل حدهای زیر را بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x - 5}$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 8x + 7}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 8}$

ث) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x}$

۵۹- حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - x - 6}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 4x + 3}$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

ت) $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{x^2 + 3x^2}{x^2 - 9}$

ث) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{8x^2 - 2x - 1}$

۶۰- حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\tan^2 x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{4 \sin^2 x - 1}{1 - 2 \sin x}$

